

CHƯƠNG III. SƠ CẤU NỀN TẢNG

Bài 7. MÔ ĐU

I. Các khái niệm cơ bản về sức bền vật liệu

1. Nhiệm vụ – Đối tượng nghiên cứu của môn học

Nhiệm vụ

Công việc vật lý bền vững nghiên cứu các hình thức biến dạng của vật rắn dưới tác động của lực. Từ đó đưa ra phương pháp tính toán thiết kế sao cho mọi cấu trúc chỉ tiêu máy đảm bảo an toàn và đạt hiệu quả kinh tế cao.

Khi thiết kế các công trình hoặc các chi tiết máy phải đảm bảo:

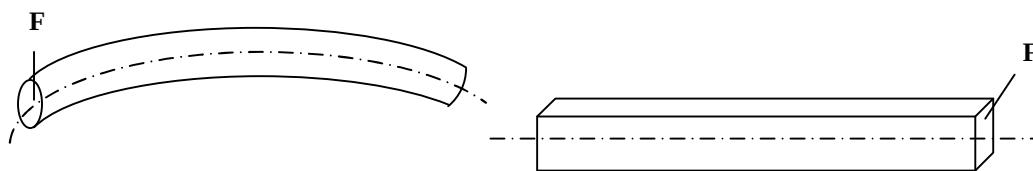
- Bền: Chi tiết không bị phá hủy
- Cường: Chi tiết không biến dạng quá lớn
- Điều kiện ổn định: Chi tiết luôn giữ được hình dạng cân bằng ban đầu.

Đối tượng nghiên cứu của môn học là vật rắn biến dạng mà chủ yếu là các thanh

2. Các khái niệm về thanh

Thanh là vật thể có kích thước theo một phương rất lớn so với hai phương kia.

Nói cách khác, thanh là một vật thể được tạo ra do một hình phẳng F có điểm di chuyển là hình tròn, hình chữ nhật v.v... di chuyển trong không gian sao cho trục tâm C của nó luôn luôn trên một đường cong nhất định và F luôn luôn vuông góc với đường cong đó.



- Trục thanh là quỹ đạo của trục tâm C
- F gọi là mặt cắt ngang (hay tiết diện) của thanh
- Nếu trục thanh là đường thẳng: thanh thẳng
- Nếu trục thanh là đường cong: thanh cong

3. Các giả thiết về vật liệu

Trong tính toán, thiết kế về vật thể thật, nếu xét đến mọi tính chất thật của vật liệu thì bài toán sẽ rất phức tạp. Để quá trình suy luận hay tính toán được đơn giản mà vẫn đảm bảo được độ chính xác cần thiết ta phải lập các điều kiện và

chúng ta sẽ nghiên cứu tính chất của bốn quy luật định luật chuyển động của chất lỏng hay công trình, từ đó đưa ra các giả thuyết và vật liệu.

a. Giả thuyết 1

Vật liệu có tính liên tục, đồng tính và đẳng hướng:

+ Liên tục: Vật liệu có thể tích đồng đều, không có khe hở

+ Đồng tính: Tính chất cơ lý của vật liệu mọi nơi trong vật thể đều giống nhau.

+ Đẳng hướng: Tính chất cơ lý của vật liệu quanh một điểm bất kỳ và theo mọi phương đều như nhau

b. Giả thuyết 2

Vật liệu có tính đàn hồi tuyến tính.

+ Khi có lực tác động thì vật thể biến dạng.

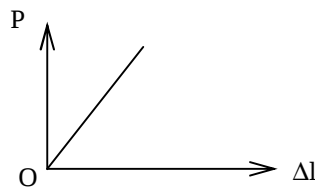
+ Khi bỏ lực tác động thì vật thể trở lại hình dạng và kích thước ban đầu của nó, tuy còn biến dạng dư nhưng chúng ta coi là nhỏ, ta có thể bỏ qua.

c. Giả thuyết 3

Vật liệu tuân theo định luật Hooke:

“Biến dạng của vật liệu tỉ lệ bậc nhất với lực gây ra biến dạng đó”

$$P = C \cdot \Delta l \quad (C: \text{là hằng số biến dạng})$$

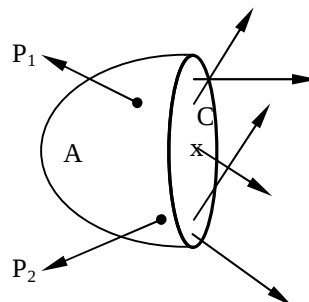
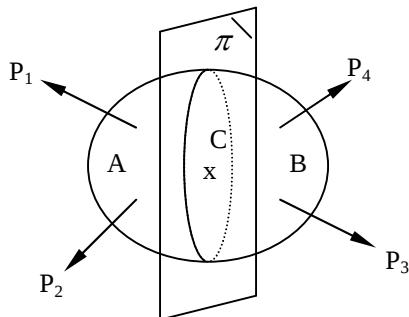


II. Nội lực - ứng suất

1. Nội lực

Khi có ngoại lực tác động, vật thể biến dạng, các lực liên kết giữa các phân tử của vật tăng lên để chống lại sự biến dạng đó. Để tăng cường lực liên kết đó gọi là nội lực.

Nếu ngoại lực tăng thì nội lực cũng tăng theo để cân bằng với ngoại lực. Tùy từng loại vật liệu, nội lực chỉ tăng đến một giới hạn nhất định. Khi ngoại lực quá lớn, nội lực không đủ sức chống lại, vật liệu sẽ bị phá hủy.



Để xác định nội lực trong ta dùng phương pháp mặt cắt. Tách ra từng phần dùng mặt cắt (π) cắt vật thì làm hai phần A và B. Xét riêng một phần (giả sử phần A). Số dĩ phần A cân bằng được là nhờ có hệ nội lực của phần B tác động lên phần A, hệ nội lực này phân bố trên toàn mặt cắt. Quy luật phân bố của hệ nội lực này chính xác để xác định được những nội lực thu gọn về tâm C ta sẽ được một vectơ chính $\vec{R}$ và mômen chính $\vec{M}$.

Trên các trục N và M sẽ xác định được qua các phương trình cân bằng tĩnh học,

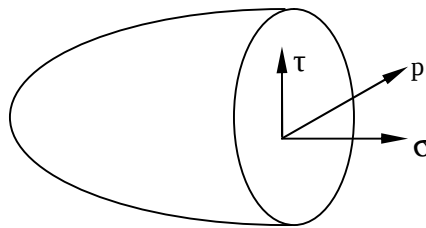
2. Ứng suất

Ứng suất là trọng tâm của nội lực trên một đơn vị diện tích mặt cắt. Ký hiệu: p

Đơn vị (thông dụng) của ứng suất: N/m^2

Ứng suất p nói chung không vuông góc với mặt cắt nên ta có thể chia p làm hai thành phần:

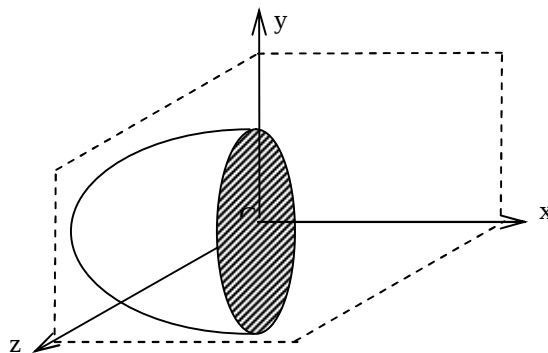
- Thành phần vuông góc với mặt cắt gọi là ứng suất pháp: ký hiệu σ chủ yếu gây biến dạng dọc.
- Thành phần nằm trong mặt cắt gọi là ứng suất tiếp. Ký hiệu τ chủ yếu gây biến dạng trượt.



3. Trạng thái ứng suất

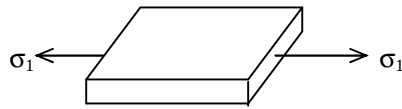
Nếu qua C xét các mặt khác nhau thì tổng ứng suất và nội lực tại vị trí của mặt cắt ta được một vectơ tiếp có giá trị khác nhau. Tập hợp mọi ứng suất tiếp và tất cả các mặt cắt qua C được gọi là trạng thái ứng suất.

Ngay tại ta đã chứng minh được qua mặt điếm ta luôn tìm được ba mặt cắt vuông góc với nhau. Trên ba mặt cắt đó thành phần ứng suất tiếp bằng 0. Các mặt cắt đó được gọi là mặt cắt chính, ứng suất trên mặt cắt chính gọi là ứng suất chính.

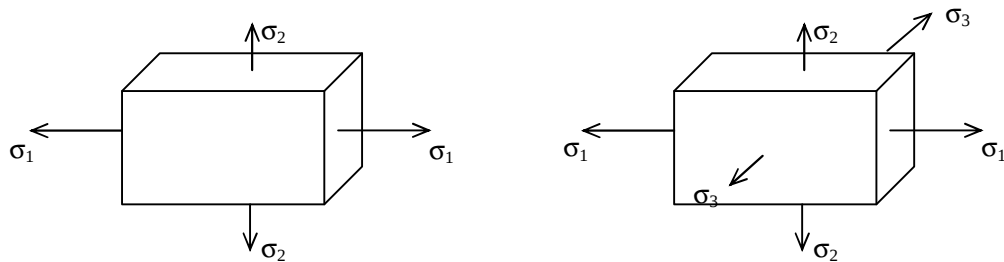


Đôi với ba mặt chính, xảy ra ba trường hợp:

- Trường thái ứng suất đơn: Trên một mặt chính có ứng suất pháp. Trên hai mặt còn lại ứng suất pháp bằng 0.



- Trường thái ứng suất phẳng: Trên hai mặt chính có ứng suất pháp. Trên một mặt chính còn lại ứng suất pháp bằng 0

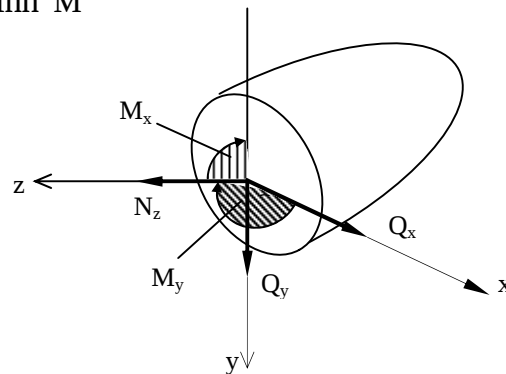


- Trường thái ứng suất khối: Trên ba mặt chính đều có ứng suất pháp

4. Các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang

Muốn xác định nội lực ta dùng phương pháp mặt cắt (đã trình bày ở mục I).

Giả sử xét cân bằng của phần phải. Thu gọn hệ nội lực để trình bày cho tác động của phần trái lên phần phải với trọng tâm O của mặt cắt ngang, ta sẽ được một vectơ chính $\vec{R}$ và mômen chính $\vec{M}$



- Phân $\vec{R}$ làm ba thành phần trên hệ trục tọa độ vuông góc.

+ Thành phần nằm trên trục z gọi là lực dọc. Ký hiệu: $\vec{N}_z$

+ Thành phần nằm trên các trục x và y trong mặt cắt ngang gọi là lực cắt.

Ký hiệu: $\vec{Q}_x, \vec{Q}_y$

- $\vec{M}$ cũng được phân làm ba thành phần.

+ Thành phần mômen quay xung quanh các trục x, y (tác động trong các mặt phẳng zOy và zOx vuông góc với các mặt cắt ngang) gọi là mômen uốn. Ký hiệu: M_x và M_y .

+ Thành phần mômen quay xung quanh trục z (tác động trong mặt phẳng của mặt cắt ngang) gọi là mômen xoắn phẳng của mặt. Ký hiệu M_z .

+ $N_z, Q_x, Q_y, M_z, M_x, M_y$ là sáu thành phần nội lực trên mặt cắt ngang.

Từ điều kiện cân bằng tĩnh học, sáu thành phần nội lực trên sơ đồ có xác định.

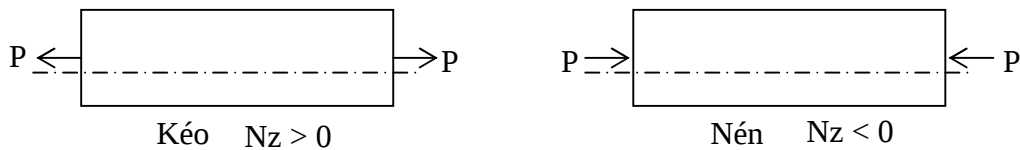
Bài 8. KÉO - NÉN ĐÚNG TÂM

I. Lực dọc – biểu diễn lực dọc

1. Định nghĩa

Một thanh chịu kéo (nén) đúng tâm khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc nằm trên trục thanh.

Ví dụ: Dây cáp nối trục (chịu kéo), thân bulông, khi xiết đai ốc (chịu kéo), cột điện, ống khói, đầu búa (chịu nén).



2. Biểu diễn lực dọc (biểu diễn nội lực)

Nội lực trong thanh chịu kéo (nén) là lực dọc N_z vuông góc với mặt cắt.

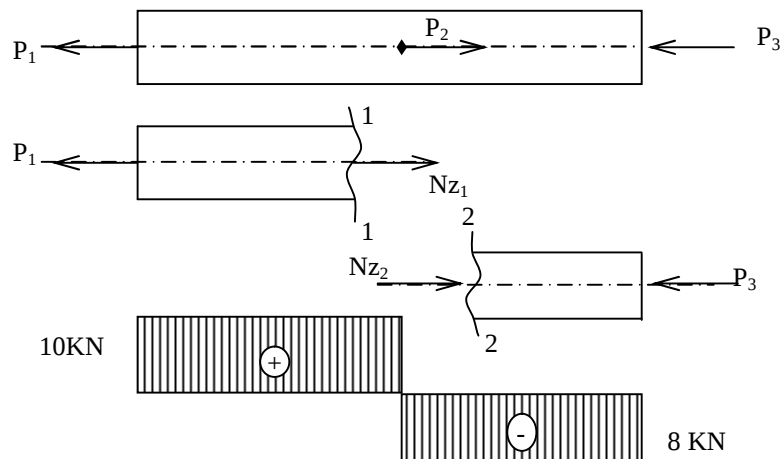
- Biểu diễn lực dọc là đồ thị biểu diễn diện tích biến thiên của lực dọc tại mỗi mặt cắt ngang dọc theo thanh.

- Quy ước dấu:

- + Lực dọc dương khi thanh chịu kéo.
- + Lực dọc âm khi thanh chịu nén.

Ví dụ:

Vẽ biểu diễn lực dọc của thanh chịu lực như hình vẽ. Biết $P_1 = 10\text{KN}$, $P_2 = 18\text{KN}$, $P_3 = 8\text{KN}$



Để vẽ biểu đồ ta chia thành làm hai đoạn AB và BC

- Xét đoạn AB: Dùng mặt cắt 1 – 1, khảo sát số cân bằng bên trái, ta có:

$$N_{z1} - P_1 = 0 \Rightarrow N_{z1} = P_1 = 10 \text{ KN}$$

Khi mặt cắt 1 – 1 biến thiên trong đoạn AB, lực dọc N_{z1} không đổi và bằng 10KN

- Xét đoạn BC: Dùng mặt cắt 2 – 2 khảo sát số cân bằng bên phải, ta có:

$$N_{z2} - P_3 = 0 \Rightarrow N_{z2} = P_3 = 8 \text{ KN}$$

Khi mặt cắt 2 – 2 biến thiên trong đoạn BC, lực dọc N_{z2} không đổi và bằng 8 KN

Biểu đồ lực dọc trên suốt chiều dài thanh được biểu diễn như trên hình vẽ. Hoàn chỉnh biểu diễn trục thanh, tung độ biểu diễn lực dọc theo trục ngang với mặt cắt trên trục của thanh.

II. Ứng suất – biến dạng trong kéo (nén)

1. Ứng suất

Khảo sát biến dạng mặt thanh chịu lực kéo đúng tâm.

Nếu coi biến dạng xảy ra bên trong thanh cũng như biến dạng quan sát được trên mặt ngoài của thanh. Nghĩ rằng ta đưa ra mặt số giả thuyết làm cơ sở để tính toán. Từ đó nhận thấy nội lực phân bố trên mặt cắt ngang của thanh phải có phương song song với trục của thanh. Như vậy trên mặt cắt ngang thanh chỉ có ứng suất pháp.

Giả thiết nội lực phân bố đều trên mặt cắt ngang thì ứng suất tại mỗi điểm trên mặt cắt đều có trị số bằng nhau thì hợp lực của nó nội lực là lực dọc N_z .

$$N_z = \sigma F \Rightarrow \sigma = \frac{N_z}{F}$$

Tổng quát: $\sigma = \pm \frac{N_z}{F} \quad (\text{N/m}^2)$

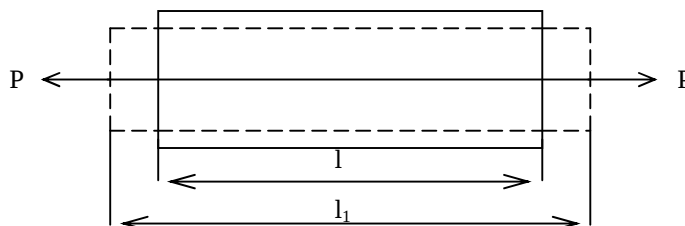
N_z : giá trị tuyệt đối của lực dọc tại mặt cắt tính ứng suất (N)

F : diện tích mặt cắt ngang thanh (m^2)

σ lấy dấu (+) nếu nội lực là lực kéo

σ lấy dấu (–) nếu nội lực là lực nén

2. Biến dạng



Gọi l là chiều dài ban đầu của thanh, khi chịu kéo thanh dài ra một đoạn Δl . Ngược lại khi chịu nén thanh co lại. Ta có Δl là biến dạng dọc tuyệt đối. Ký hiệu Δl .

- Biến dạng dọc tuyệt đối của thanh $\Delta l = l_1 - l$ (m)

- Biến dạng dọc tỉ đối (tỷ lệ biến dạng) $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ (hệ số)

Định luật Hooke và kéo (nén)

Khi lực tác động nhỏ vượt quá một giới hạn nhất định thì biến dạng dọc tuyệt đối tỉ lệ thuận với lực tác động.

$$\Delta l = \pm \frac{N_z l}{EF} \quad (\text{m})$$

N_z : Trục của lực dọc (N)

L : Chiều dài thanh (m)

E : môđun đàn hồi của vật liệu (N/m^2) - đặc trưng cho khả năng chống lại biến dạng kéo (nén) của vật liệu.

$$E_{\text{thép}} : (2.10^{11} \div 2,1.10^{11}) \text{ N/m}^2$$

$$E_{\text{thép}} : (1,15.10^{11} \div 1,6.10^{11}) \text{ N/m}^2$$

F : diện tích mặt cắt ngang (m^2)

Dấu của Δl :

Δl có dấu (+) khi N_z là lực kéo (thanh bị dãn)

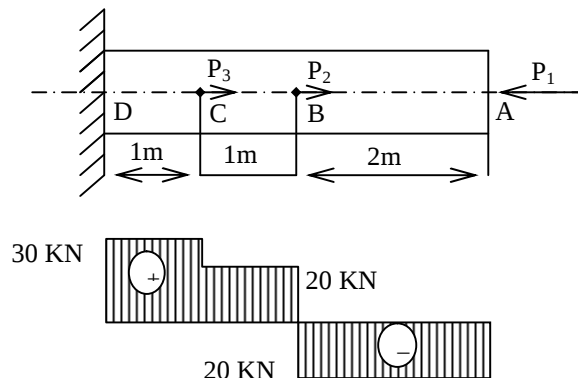
Δl có dấu (-) khi N_z là lực nén (thanh bị co)

* **Ví dụ** : Thanh thép chịu lực $P_1 = 20\text{KN}$, $P_2 = 40\text{KN}$, $P = 10\text{KN}$ và có mặt cắt ngang không đổi $F = 10\text{cm}^2$. Kích thước cho trên hình vẽ.

a. Vẽ biểu đồ nội lực.

b. Tính ứng suất trong từng đoạn thanh

c. Tìm biến dạng dọc tuyệt đối của thanh? Cho $E = 2.10^{10} \text{ N/m}^2$.



a – Vẽ biểu đồ nội lực: Chia thành làm 3 đoạn AB, BC, CD

Dùng phương pháp mặt cắt, tính nội lực từng đoạn

– Đoạn AB : $N_{z_1} = -P_1 = -20\text{KN}$

– Đoạn BC : $N_{z_2} = -P_1 + P_2 = 20\text{KN}$

– Đoạn CD : $N_{z_3} = -P_1 + P_2 + P_3 = 30\text{KN}$

b – Tính ứng suất trong từng đoạn thanh

– Đoạn AB : $\sigma_1 = \frac{N_{z_1}}{F} = -\frac{20}{20} = -2 \text{ KN/cm}^2 = -20 \text{ MN/m}^2$

– Đoạn BC : $\sigma_2 = \frac{N_{z_2}}{F} = \frac{20}{20} = 2 \text{ KN/cm}^2 = 20 \text{ MN/m}^2$

– Đoạn CD : $\sigma_3 = \frac{N_{z_3}}{F} = \frac{30}{10} = 3 \text{ KN/cm}^2 = 30 \text{ MN/m}^2$

c – Tính biến dạng dọc tuyệt đối của thanh

Theo định luật Hooke:

$$\Delta l = \pm \frac{N_z l}{EF} \Rightarrow \Delta l_{AB} = \frac{-20 \cdot 10^{-3} \cdot 2}{2 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = -2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{2 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{2 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta l_{AD} = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} = -2 \cdot 10^{-3} + 10^{-3} + 1,5 \cdot 10^{-3} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Kết luận: Thanh bị dãn $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

III. Tính chất cơ học của vật liệu

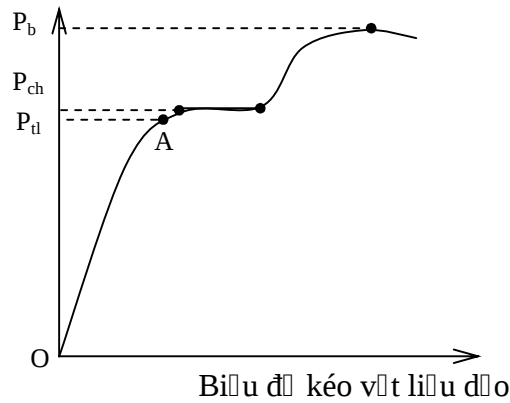
1. Tính chất cơ học của vật liệu

Để xác định tính chất cơ học của vật liệu, ta cần biết tính chất cơ học của vật liệu bằng cách tiến hành các thí nghiệm trên các mẫu thử qui định

Thí nghiệm kéo (nén) vật liệu dẻo: Thép, nhôm v.v. . .

a. Kéo vật liệu dẻo

Vật liệu có 3 giai đoạn biến dạng chính.



- Giai đoạn thứ nhất: Giai đoạn đàn hồi (hay giai đoạn đàn hồi). Vật liệu có tính đàn hồi và tuân theo qui luật Hooke (biểu diễn bởi đoạn thẳng OA trên biểu đồ kéo). Gọi P_{el} là lực lớn nhất cuối giai đoạn này và F_0 là diện tích mặt cắt ban đầu của mẫu thử ta có:

$$\sigma_{el} = \frac{P_{el}}{F_0}$$

Giá trị σ_{el} gọi là giới hạn đàn hồi hay giới hạn đàn hồi.

- Giai đoạn thứ hai: Giai đoạn chảy dẻo. Biến dạng dẻo biến vật liệu chút ít, rồi tăng rõ rệt trong khi lực không đổi (đoạn nằm ngang có trên biểu đồ kéo). Lực kéo trong giai đoạn này được ký hiệu là P_{ch} .

$$\text{Giá trị } \sigma_{ch} = \frac{P_{ch}}{F_0} \text{ được gọi là giới hạn chảy (dẻo)}$$

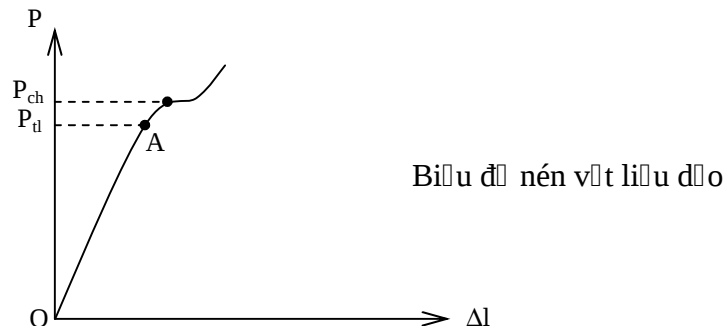
- Giai đoạn thứ ba: Vật liệu bắt đầu chảy dẻo và vật liệu, nhưng khi lực đạt tới trị số cực đại P_b thì có một chỗ nào đó trên mẫu thử bắt đầu lồi, sau đó biến dạng tập trung vào chỗ này và ngược lại biến vật liệu, cho đến khi đứt.

$$\text{Giá trị cực đại: } \sigma_b = \frac{P_b}{F_0} \text{ được gọi là giới hạn bền.}$$

Giới hạn đàn hồi σ_{el} , giới hạn chảy σ_{ch} và giới hạn bền σ_b là những đại lượng đặc trưng cho tính đàn hồi, tính dẻo và tính bền của vật liệu, là ba trong những tính chất cơ học quan trọng của vật liệu.

b. Nén vật liệu dẻo

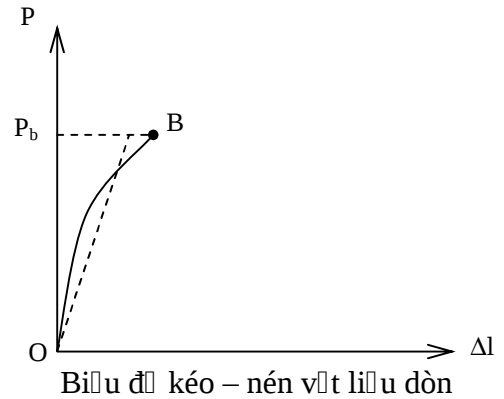
Vật liệu dẻo khi chịu nén cũng có giới hạn đàn hồi, giới hạn chảy nhưng không có giới hạn bền vì càng nén mẫu thử càng dẹt.



c. Thí nghiệm kéo (nén) vật liệu dòn: Gang

- Không có giai đoạn tỉ lệ
- Không có giai đoạn chảy dẻo
- Chỉ có giới hạn bền σ_b

$$\sigma_{b \text{ nén}} \gg \sigma_{b \text{ kéo}}$$



* Kết luận

- Vật liệu dòn bị biến dạng nhiều mà bị hỏng còn vật liệu dòn biến dạng ít đã hỏng.
- Vật liệu dòn chịu kéo và nén ngược nhau còn vật liệu dòn chịu nén tốt hơn chịu kéo rất nhiều.

2. Ứng suất cho phép

Để đảm bảo cho các chi tiết máy hay công trình làm việc đảm bảo an toàn, cần phải hạn chế ứng suất lớn nhất trong thanh không vượt quá mức giới hạn nào đó, giới hạn này được gọi là ứng suất cho phép, ký hiệu $[\sigma]$.

$$[\sigma] = \frac{\sigma_o}{n} \left(\frac{N}{m^2} \right)$$

σ_o gọi là ứng suất nguy hiểm, tại giá trị này vật liệu xem như bị phá hủy.
n: Hệ số an toàn

(cho trong sơ tay kết cấu với kết cấu bằng thép, $n = 1,4 \div 1,6$)

Việc lựa chọn hệ số an toàn có ý nghĩa lớn với mức kết cấu và kinh tế.

- + Nếu n quá lớn, $[\sigma]$ nhỏ $\rightarrow$ gây lãng phí vật liệu.
- + Nếu n quá nhỏ, $[\sigma]$ lớn $\rightarrow$ không an toàn.

$$\begin{aligned} \text{thông số } [\sigma]_{\text{kéo và nén}}^{\text{thép}} &= 140 \div 160 \text{ MN/m}^2 \\ [\sigma]_{\text{Gang, kéo}} &= 28 \div 80 \text{ MN/m}^2 \\ [\sigma]_{\text{Gang, nén}} &= 120 \div 150 \text{ MN/m}^2 \end{aligned}$$

IV. Điều kiện bền – bài toán siêu tĩnh

1. Điều kiện bền

Để đảm bảo sơ làm việc an toàn khi thanh chịu kéo (nén) đúng tâm, ứng suất trong thanh phải thỏa mãn điều kiện bền.

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma]$$

$\sigma_{\max}$: Ứng suất pháp lớn nhất trên mặt cắt ngang của thanh (N/m^2)

N_z : Giá trị tuyệt đối của lực dọc (N)

F : Diện tích mặt cắt ngang (m^2)

$[\sigma]$: Ứng suất cho phép của vật liệu (N/m^2), phụ thuộc vào môi loại vật liệu khác nhau.

2. Các bài toán cơ bản

a. Bài toán kiểm tra bền

Khi biết tải trọng, kích thước mặt cắt và ứng suất cho phép của vật liệu, xét điều kiện bền của thanh có đủ chắc chắn hay không. Muốn thì:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma]$$

Thông thường nếu $\sigma_{\max}$ nhỏ hơn quá $[\sigma]$ khoảng 5% vẫn có thể xem như chi tiết máy hay kết cấu đủ điều kiện an toàn (vì $[\sigma] < \sigma_0$). Nếu $\sigma_{\max}$ nhỏ hơn $[\sigma]$ quá 5% thì có thể xem như quá an toàn, thêm chi phí vật liệu.

b. Bài toán thiết kế

Khi biết tải trọng và ứng suất cho phép, cần xác định kích thước tối thiểu của mặt cắt ngang.

$$\text{Muốn thì phải có: } F_{\min} \geq \frac{N_z}{[\sigma]}$$

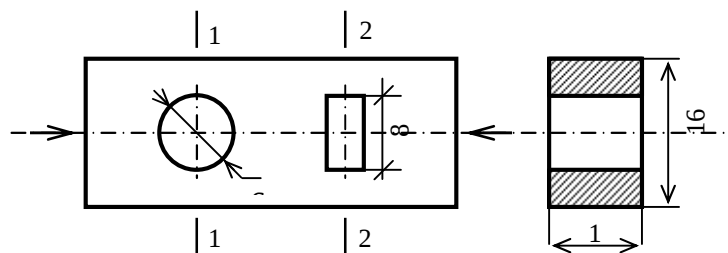
Để đảm bảo an toàn và tiết kiệm, cần nên chọn F xấp xỉ tỉ lệ $\frac{N_z}{[\sigma]}$ khoảng 5% là đủ.

c. Bài toán tính tải trọng cho phép

Khi biết kích thước mặt cắt và ứng suất cho phép, cần xác định tải trọng lớn nhất cho phép để chi tiết máy hay kết cấu. Muốn thì phải có:

$$N_{z\max} \leq F [\sigma]$$

* **Ví dụ:** Hãy kiểm tra sức bền của một thanh gỗ có mặt cắt ngang 10cm x 16cm, đặt lên như hình vẽ. Lò tròn có đường kính $d = 6\text{cm}$, lò chèn có kích thước 8cm x 4cm. Thanh chịu lực nén $P = 72\text{KN}$, ứng suất nén cho phép của gỗ là $[\sigma_n] = 10 \text{ MN/m}^2$. Bỏ qua hiện tượng tập trung ứng suất.



Giải

Kiểm tra số cân của thanh treo tại mặt cắt có diện tích nhỏ nhất, vì ứng suất tại đây lớn nhất. Đó là mặt cắt 2-2. Diện tích mặt cắt này bằng:

$$F = (0,1 \cdot 0,16) - (0,1 \cdot 0,08) = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Ứng suất ở mặt cắt nguy hiểm là:

$$\sigma = \frac{72}{8 \cdot 10^{-3}} = 9 \cdot 10^3 \text{ KN/m}^2 = 9 \text{ MN/m}^2$$

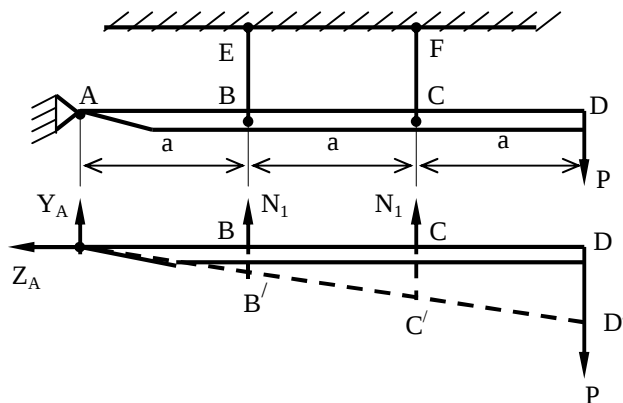
Ứng suất này nhỏ hơn ứng suất cho phép $[\sigma] = 10 \text{ MN/m}^2$

Vậy thanh đảm bảo bền.

3. Bài toán siêu tĩnh

Để xác định nội lực trong vệt thanh chịu liên tục thì lập được các phương trình cân bằng tĩnh học. Bài toán nhỏ vậy gọi là bài toán tĩnh định. Nhưng có nhiều bài toán nếu chỉ dựa vào phương trình cân bằng tĩnh học thì không thể tìm được nội lực mà phải dựa thêm vào một số phương trình khác (gọi là phương trình biến dạng) lập được như việc xét điều kiện biến dạng của cấu trúc. Loại bài toán nhỏ vậy gọi là bài toán siêu tĩnh. Số phương trình biến dạng nói lên mức độ siêu tĩnh của bài toán, gọi là bậc siêu tĩnh của cấu trúc.

** Tìm ứng suất pháp trong các thanh EB và FC làm bằng cùng một loại vật liệu dùng để treo một thanh AD tuy nhiên. Một đầu thanh nối với tường bằng bản lề tại A, đầu kia chịu tác động của ngoại lực $P = 160 \text{ KN}$ các thanh treo có diện tích mặt cắt $F = 12 \text{ cm}^2$.



Giải

Thay liên kết bằng các phản lực liên kết $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$.

Ở đây không cần tìm $\vec{Y}_A$ và $\vec{Z}_A$ do đó không cần lập hai phương trình hình chiếu mà chỉ cần lập phương trình cân bằng mômen đối với điểm A.

$$\sum M_A = 2aN_2 + aN_1 - 3aP = 0$$

$$\Rightarrow 3P = N_1 + 2N_2 \quad (a)$$

Cần phải lập thêm một phương trình biến dạng bằng cách dựa vào số biến dạng của các thanh EB và FC. Đây là bài toán siêu tĩnh bậc 1.

Giả sử sau khi biến dạng, thanh AD tại vị trí AD'. Vì biến dạng bé nên các chuyển vị BB' , CC' , DD' đều có coi như song song với trục Ay.

Thanh EB dẫn biến dạng $\Delta l_1 = BB'$

FC giãn biến dạng $\Delta l_2 = CC'$

$\rightarrow \Delta l_2 = 2 \Delta l_1$ (b) (tam giác ABB' và ACC' đồng dạng)

Ta có: $\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{EF}$; $\Delta l_2 = \frac{N_2 l}{EF}$

Thế vào (b) $\Rightarrow N_2 = 2N_1$

Thế vào (a)

$$\Rightarrow N_2 = \frac{6P}{5} = \frac{6 \cdot 160}{5} = 192 \text{ KN}$$

$$N_1 = \frac{192}{2} = 96 \text{ KN}$$

Ứng suất trong các thanh EB và FC là:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F} = \frac{96}{12 \cdot 10^{-4}} = 8 \cdot 10^4 \text{ KN/m}^2 = 80 \text{ MN/m}^2$$

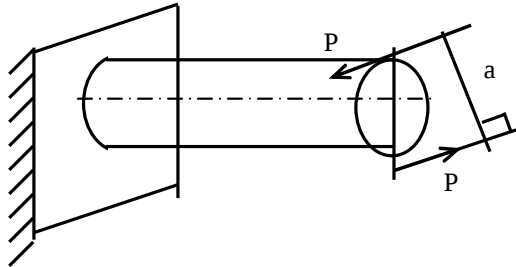
$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F} = 160 \text{ MN/m}^2$$

Bài 9. XOÀN THUYẾT TỨ CẠ THẠNH THẠNG

I. Mômen xoắn nội lực – biểu diễn mômen xoắn nội lực

1. Mômen xoắn nội lực

a. Khái niệm

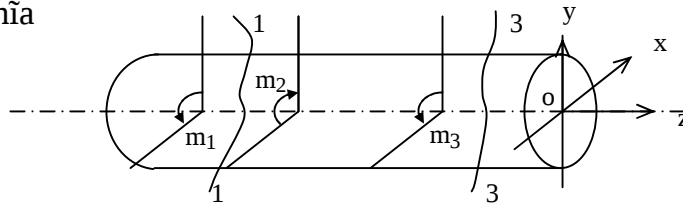


Xét một thanh tròn chịu tác động của ngoại lực $m = P.a$

m : mômen xoắn ngoại lực

m phải nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh

b. Định nghĩa

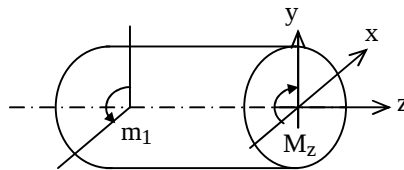


Khi tác động vào một thanh nhúng ngoại lực là nhúng ngoại lực nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh thì ta có thanh chịu xoắn.

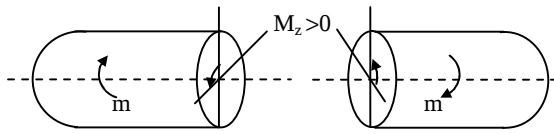
Ví dụ : Các trục truyền động trong hộp số, máy tuabin, trục máy khoan, mũi khoan v.v...

c. Nội lực

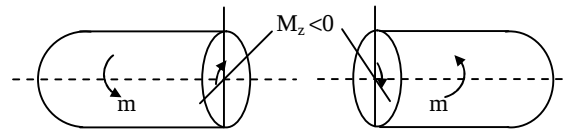
Xét một thanh chịu ngoại lực m_1, m_2, m_3 như hình vẽ. Dùng mặt cắt 1 – 1, xét cân bằng bên trái của thanh. Để cân bằng với mômen ngoại lực thì trên mặt cắt 1 – 1, nội lực phải là mômen. Mômen đó gọi là mômen xoắn nội lực, ký hiệu M_z



d. Dấu của mômen xoắn nội lực



Mômen ngoặt lực dương
chiều kim đồng hồ



Mômen ngoặt lực âm
chiều kim đồng hồ

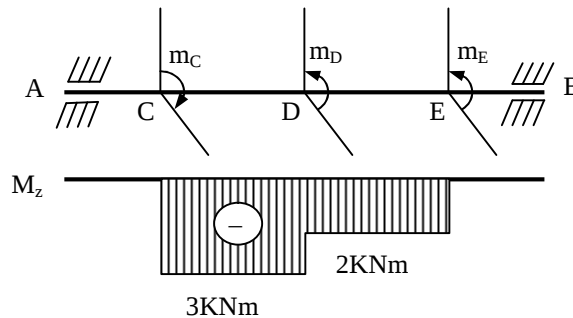
2. Biểu đồ mômen xoắn nội lực

a. Các bước vẽ biểu đồ

- Vẽ đường trục song song với trục thanh.
- Tính mômen nội lực trong từng đoạn, biểu diễn bằng các tung độ theo trục xích
- (+) đặt bên trên, (-) đặt bên dưới đường trục

b. Ví dụ

Vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực của thanh như hình vẽ có $m_C = 3\text{KNm}$, $m_D = 1\text{KNm}$, $m_E = 2\text{KNm}$ qua ma sát các gối.



a. Chia thanh thành 4 đoạn. Dùng phương pháp mặt cắt, tính mômen xoắn nội lực trên từng đoạn thanh theo qui tắc, ta có:

- + Đoạn AC : Tỉ mỉ mặt cắt 1 – 1 có $M_z = 0$
- + Đoạn CD : Tỉ mỉ mặt cắt 2 – 2 có $M_z = -m_C = -3\text{KNm}$
- + Đoạn DE : Tỉ mỉ mặt cắt 3 – 3 có $M_z = -m_C + m_D = -3 + 1 = -2\text{KNm}$
(nếu xét bên phải 3 – 3 thì phải thay đổi góc nhìn)
- + Đoạn EB : Tỉ mỉ mặt cắt 4 – 4 có $M_z = 0$

b. Vẽ biểu đồ theo qui tắc

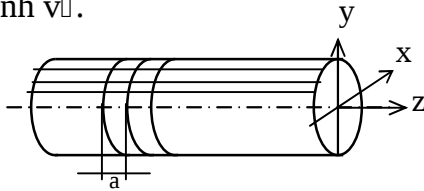
* Nhận xét

- Trên các đoạn thanh không có mômen phân bố, biểu đồ là mặt phẳng thẳng song song hay trùng với đường trục.
- Tỉ mỉ vị trí đặt các mômen tập trung, biểu đồ có bước nhảy, trở số bước nhảy bằng tổng các mômen tập trung

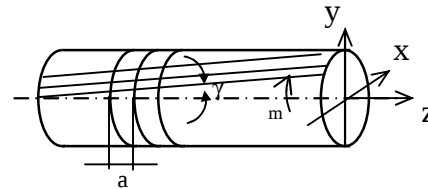
II. Ứng suất – biến dạng xoắn

1. Ứng suất

Để thiết lập công thức tính ứng suất xoắn thì ta thực hiện các thí nghiệm và coi biến dạng bên trong thanh cũng như biến dạng bên ngoài thanh. Xét thanh chịu xoắn như hình vẽ.



Khi chũa có mômen xoắn

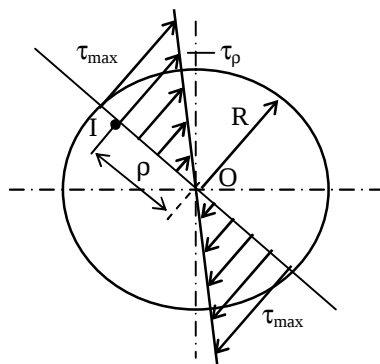


Khi có mômen xoắn tác động

Quan sát thanh sau khi chịu tác động xoắn ta thấy:

- Trên mặt cắt ngang của thanh chịu xoắn không có hiện tượng co hay giãn dài nên không có ứng suất pháp.
- Các mặt cắt ngang xoay trượt đối với nhau, thanh có biến dạng trượt và chỉ có ứng suất tiếp có phương vuông góc với bán kính đi qua điểm đang xét, phân bố đều theo bán kính bất kỳ theo qui luật đồng biến.
- Trên mặt cắt ngang của thanh chịu xoắn không có hiện tượng co hay giãn dài nên không có ứng suất pháp.
- Các mặt cắt ngang xoay trượt đối với nhau, thanh có biến dạng trượt và chỉ có ứng suất tiếp có phương vuông góc với bán kính đi qua điểm đang xét, phân bố đều theo bán kính bất kỳ theo qui luật đồng biến.

Ứng suất tại mặt điểm I bất kỳ trên mặt cắt đều tính như sau:



Ứng suất tiếp phân bố trên mặt cắt ngang tròn đều

$$\tau_{\rho} = \frac{M_z}{J_o} \cdot \rho$$

Trong đó:

- M_z : trị số tuyệt đối mômen xoắn nội lực tại mặt cắt ngang chịu tải tính ứng suất (Nm)
- J_o : Mômen quán tính đối với trục của mặt cắt đối với trục tâm O của nó (m^4)
- ρ : khoảng cách từ điểm tính ứng suất I đến trục tâm mặt cắt O (m)

Tỉ lệ mô men cắt, M_z và J_o không đổi.

$\Rightarrow \tau_p$ phụ thuộc vào ρ

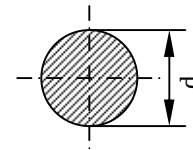
$$\Rightarrow \tau_{\max} = \frac{M_z}{\tau_o} \cdot R$$

Đặt $\frac{J_o}{R} = W_o \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} \text{ (N/m}^2\text{)}$ (W_o : mômen chập xoăn của mặt cắt ngang thanh, m^3)

J_o và W_o đặc trưng cho khả năng chập xoăn của mặt cắt ngang thanh, nếu W_o tăng thì $\tau_{\max}$ giảm, thanh có khả năng chịu xoắn tốt.

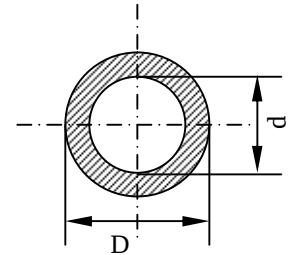
+ Với thanh có mặt cắt ngang tròn đặc

$$J_o = 0,1 d^4, W_o = 0,2 d^3$$

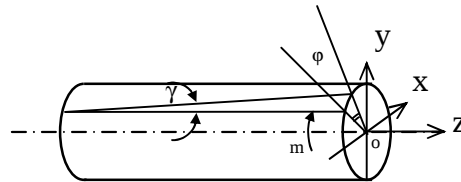


+ Với thanh có mặt cắt ngang tròn rỗng

$$J_o = 0,1 D^4 (1 - \alpha^4), W_o = 0,2 D^3 (1 - \alpha^4) \text{ với } \alpha = \frac{d}{D}$$



2. Biến dạng



Quan sát biến dạng của thanh chịu xoắn ta thấy: giữa các mặt cắt ngang có góc xoay, đặc biệt gọi là góc xoắn tuyế t đ i, ký hiệu φ

$$\varphi = \frac{M_z l}{G J_o} \text{ (rad)} \text{ hay } \varphi = \frac{180 \cdot M_z \cdot l}{\pi \cdot G \cdot J_o} \text{ (độ)}$$

Và góc xoắn t i đ i, ký hiệu θ

$$\theta = \frac{\varphi}{l} \Rightarrow \theta = \frac{180 \cdot M_z}{\pi \cdot G \cdot J_o} \text{ (độ/m)}$$

Trong đó: G, J_o – đặc trưng khi xoắn

III. Điều kiện bền và điều kiện cứng – bài toán siêu tĩnh

1. Điều kiện bền

Ứng suất tỉ lệ lớn nhất trong thanh không được vượt quá ứng suất tỉ lệ cho phép

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} \leq [\tau] \text{ (N/m}^2\text{)}$$

M_z : Giá trị tuyế t đ i của mômen xoắn n i l c

W_o : Mômen chập xoăn của mặt cắt ngang (m^3) (Nm)

* Để điều kiện bền, ta có ba bài toán cần bền

a. Bài toán kiểm tra bền : $\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} \leq [\tau]$

b. Bài toán chọn mặt cắt ngang thanh : $W_o \geq \frac{M_z}{[\tau]}$

Suy ra công thức tính đường kính thanh tròn

+ Với thanh tròn đặc : $d \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,2[\tau]}}$

+ Với thanh tròn rỗng $\Rightarrow D \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,2 \cdot (1 - \alpha^4)[\tau]}}$

c. Bài toán tính tải trọng cho phép : $M_z \leq W_o \cdot [\tau]$ hay $[M_z] = W_o \cdot [\tau]$

2. Điều kiện cắt ngang

Góc xoắn tối đa (hay biến dạng xoắn) lớn nhất không vượt quá giới hạn cho phép

$$\theta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_z}{G \cdot J_o} \quad (\text{độ/m})$$

Trong đó: $[\theta]$ – Góc xoắn tối đa cho phép của thanh (độ/m)

G – Môđun đàn hồi khi trượt của vật liệu (N/m^2)

J_o – Mômen quán tính đặc của mặt cắt ngang thanh (m^4)

* Để điều kiện cắt ngang, ta có ba bài toán cần bền

a. Bài toán kiểm tra cắt ngang : $\theta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_z}{G \cdot J_o} \leq [\theta]$

b. Bài toán chọn mặt cắt ngang thanh : $J_o \geq \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_z}{G \cdot [\theta]}$

+ Mặt cắt tròn đặc $\Rightarrow d \geq \sqrt[4]{\frac{180 \cdot M_z}{\pi \cdot 0,1 \cdot G \cdot [\theta]}}$

+ Mặt cắt tròn rỗng $\Rightarrow D \geq \sqrt[4]{\frac{180 \cdot M_z}{\pi \cdot 0,1 \cdot (1 - \alpha^4) \cdot G \cdot [\theta]}}$

c. Bài toán tính tải trọng cho phép:

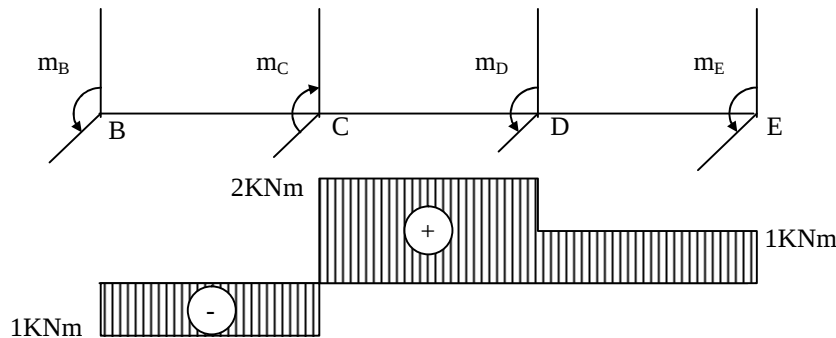
$$M_z \leq G \cdot J_o \cdot [\theta] \cdot \frac{\pi}{180} \quad \text{hay} \quad [M_z] = G \cdot J_o \cdot [\theta] \cdot \frac{\pi}{180}$$

*** Ví dụ**

Một trục tròn rỗng chịu tải như hình vẽ. Các ngoại tải, mômen $m_C = 3\text{KNm}$, $m_B = m_D = m_E = 1\text{KNm}$. Đường kính trong $d = 5\text{cm}$, đường kính ngoài $D = 10\text{cm}$. Các đoạn $BC = CD = DE = 2\text{cm}$.

1. Tính ứng suất nguy hiểm nhất của trục?
2. Tính góc xoắn tổng cộng của trục.

Biết $G = 8.10^4 \text{ MN/m}^2$



Giải

1. Tính $\tau_{\max}$

Mômen xoắn có giá trị cực đại trong đoạn CD

$$W_o = 0,2D^3(1 - \alpha^4) = 0,2 \cdot 0,1^3 \left[1 - \left(\frac{0,05}{0,1} \right)^4 \right]$$

$$W_o = 187,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Vì:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} = \frac{2 \cdot 10^3}{187,5 \cdot 10^{-6}} = 10,7 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$= 10,7 \text{ N/mm}^2$$

2. Tính $\theta_{\max}$

Mômen quán tính của trục có giá trị cực đại trong hình vành khăn

$$J_o = 0,1D^4(1 - \alpha^4) = 0,1 \cdot (0,1)^4 \left[1 - \left(\frac{0,05}{0,1} \right)^4 \right]$$

$$J_o = 937,5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Vì:

$$\theta_{\max} = \frac{M_{zCD}}{GJ_o} = \frac{2 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 937,5 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0,153 \text{ độ/m}$$

* Góc xoắn của trục đo trên trục là:

$$\varphi_{BC} = \frac{M_{zBC} \cdot l}{G \cdot J_o} = \frac{-10^3 \cdot 2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 937,5 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = -0,153^\circ$$

$$\varphi_{CD} = \frac{M_{zCD} \cdot l}{G \cdot J_o} = 2\theta_{\max} = 0,306^\circ$$

$$\varphi_{DE} = \frac{M_{zDE} \cdot l}{G \cdot J_o} = 0,153^\circ$$

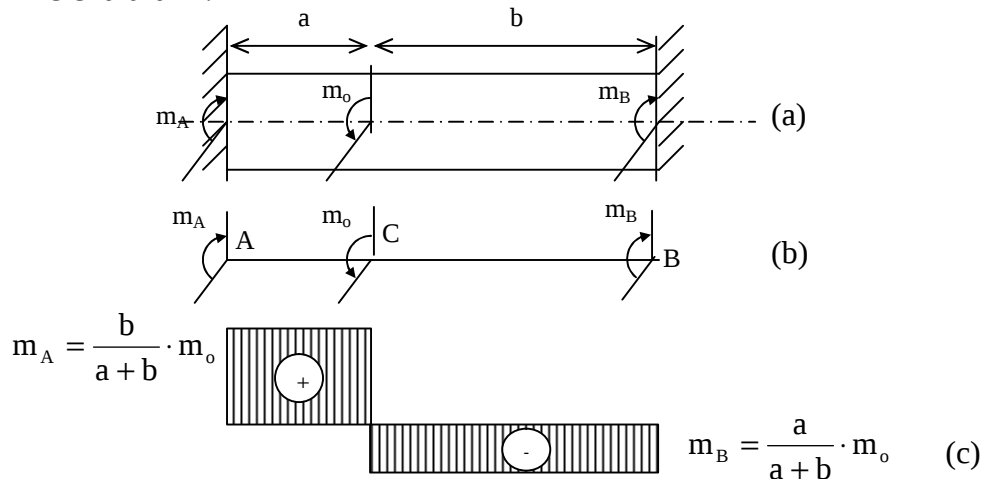
* Góc xoắn (toàn phần) của trục bằng

$$\varphi_{BE} = \varphi_{BC} + \varphi_{CD} + \varphi_{DE} = -0,153 + 0,306 + 0,153 = 0,306^\circ$$

3. Bài toán siêu tĩnh

Cũng như trường hợp hãm kéo (nén) đúng tâm, trong trường hợp xoắn thì cũng giải bài toán siêu tĩnh. Sau đây là một ví dụ điển hình.

Một thanh tròn bán nguyệt ở hai đầu chịu tác động của ngoại lực m_o như hình vẽ. Với biểu diễn nội lực của thanh.



Để nội lực tác động của m_o tại hai đầu ngàm phát sinh các ngoại lực m_A và m_B . Để xác định chúng chỉ có một phương trình cân bằng tĩnh của $m_A - m_o + m_B = 0$

Muốn giải bài toán siêu tĩnh (bậc một) phải đưa vào điều kiện biến dạng của thanh để lập thêm một phương trình bổ sung. Trường hợp trường hợp bán nguyệt A và thay thế bằng phần ngoại lực m_A , ta được thanh tĩnh định (h.b). Điều kiện thay thế là góc xoắn φ_{AB} phải bằng 0, để đảm bảo sự tiếp nối đúng góc xoắn của thanh siêu tĩnh đã cho, do đó:

$$\varphi_{AB} = \varphi_{AC} + \varphi_{CB} = \frac{m_A \cdot a}{G \cdot J_o} + \frac{(m_A - m_o)b}{G \cdot J_o} = 0$$

Giải phương trình trên ta được:

$$m_A = \frac{b}{a+b} \cdot m_o \Rightarrow m_B = \frac{a}{a+b} \cdot m_o$$

(Nếu m_A và m_B tính được ở trên mang thêm dấu (-) thì chúng có chiều ngược với chiều giả thiết ban đầu).

Sau khi xác định được các phản ngoại lực m_A , m_B sẽ vẽ được biểu đồ mômen xoắn của thanh như hình (c)

Bài 10. ƯỚNG NGANG PHẪNG CÁC THANH THẪNG

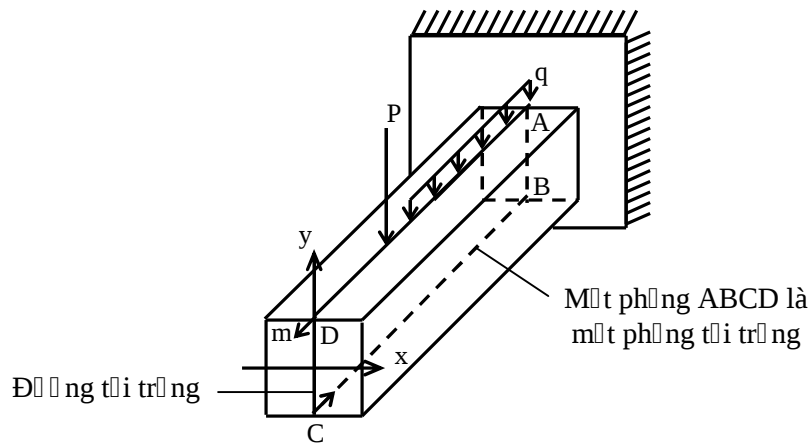
I. Các định nghĩa và phân loại – nội lực và biểu đồ nội lực

1. Định nghĩa và phân loại

a. Định nghĩa

Thanh uốn ngang phẳng là thanh chịu tác động của hệ lực phẳng (gồm những lực vuông góc với trục thanh hay những moment) nằm trong mặt phẳng chứa trục thanh (mặt phẳng này gọi là mặt phẳng tải trọng)

Ví dụ: Các trục truyền động, các dầm cầu, nhà, dàn cấn cầu v.v...



- Ngoại lực tác động có thể là lực tập trung, lực phân bố hoặc mô men tập trung.

- Thanh chịu uốn chịu uốn gọi là dầm.

- Trục của dầm sau khi chịu uốn cong vẫn nằm trong mặt phẳng đi thẳng của dầm thì sẽ gọi là uốn phẳng.

b. Phân loại

Ta chia uốn phẳng làm hai loại:

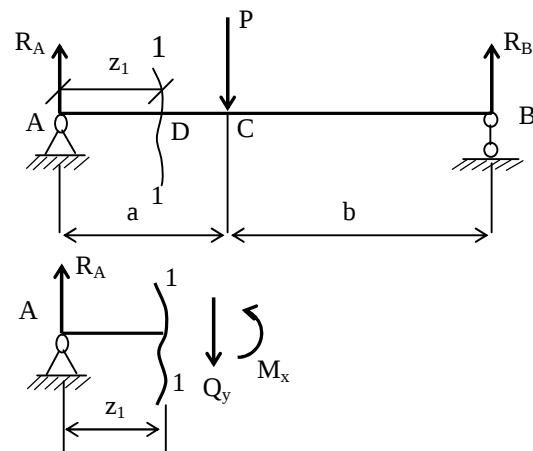
- Uốn thuần túy phẳng.

- Uốn ngang phẳng.

2. Nội lực – Quy ước dấu nội lực

a. Nội lực

Xét dầm AB chịu lực như hình vẽ:



- Đầu tiên phải xác định đúng các phản lực tại các gối đỡ A và B.

- Tiếp theo trình cân bằng tĩnh học

$$\Sigma M_A = R_B l - P a = 0$$

$$\Sigma M_B = -R_A l + P b = 0$$

$$R_B = \frac{P \cdot a}{l} ; R_A = \frac{P \cdot b}{l}$$

- Dùng mặt cắt 1 – 1 cắt thành hai điểm D. Khảo sát sự cân bằng của phần trái. Để phần trái cân bằng thì trên mặt cắt ngang của điểm xuất hiện các nội lực Q_y , M_x .

Q_y được gọi là lực cắt

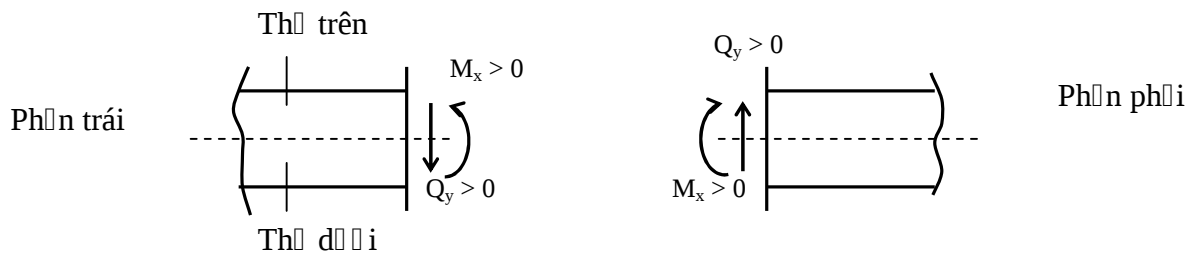
M_x được gọi là mômen uốn $Q_y = R_A$, $M_x = R_A \cdot z$

* Để tìm chiều uốn ngang phải khi trên mặt cắt ngang của điểm, nội lực có chiều có lực cắt Q_y và mômen uốn M_x .

b. Quy ước dấu

+ Lực cắt Q_y có dấu (+) nếu ngược lại sinh ra nó tác động ở phần dầm để xét có khuynh hướng làm cho phần dầm đó quay thu hẹp chiều kim đồng hồ quanh trục tâm mặt cắt. Ngược lại Q_y có dấu (-)

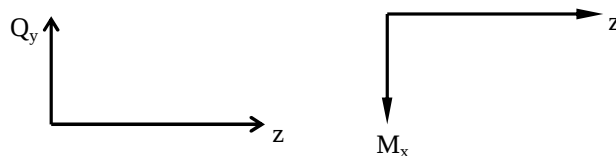
+ Mômen uốn M_x có dấu (+) nếu ngược lại sinh ra nó có tác động ở phần dầm để xét có khuynh hướng làm cho thanh dầm bị kéo. Ngược lại có dấu (-)



3. Biểu đồ nội lực

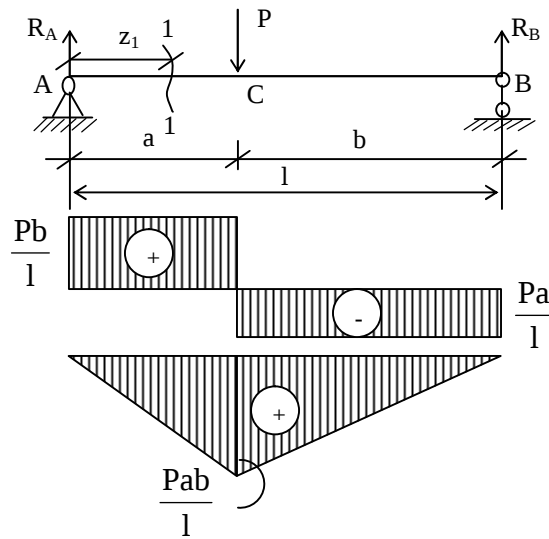
Biểu đồ nội lực là đồ thị biểu diễn sự biến thiên của lực cắt và mômen uốn dọc theo trục của dầm. Nhờ nó ta dễ dàng tìm được các mặt cắt và mômen uốn có trị số lớn nhất. Các mặt cắt đó thường là mặt cắt nguy hiểm. Sau này chúng ta sẽ tính toán điều kiện bền.

Khi vẽ đồ thị ta quy ước như sau:



*** Ví dụ**

Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn cần đặt trên hai khớp p bên là A và B, chịu tải trọng P như hình vẽ



Giải

a. Xác định phản lực tại điểm tựa A và B

Từ phương trình cân bằng tĩnh học

$$\sum M_A = R_B l - Pa = 0$$

$$\sum M_B = -R_A l + Pb = 0$$

$$\text{Suy ra: } R_B = \frac{Pa}{l} ; R_A = \frac{Pb}{l}$$

b. Biểu đồ lực cắt Q_y

$$\text{- Đoạn AC : } Q = R_A = \frac{Pb}{l}$$

$$\text{- Đoạn BC : } Q = -R_B = -\frac{Pa}{l}$$

c. Biểu đồ mômen uốn M_x

- Đoạn AC, tải mặt cắt 1 – 1 (trái)

$M_x = R_A \cdot z_1$ với $0 \leq z_1 \leq a$ (M_x là hàm bậc nhất theo z , cần xác định hai điểm đầu cuối):

$$\left. \begin{aligned} z_1 = 0 &\Rightarrow M_x = 0 \\ z_1 = a &\Rightarrow M_x = \frac{Pab}{l} \end{aligned} \right\}$$

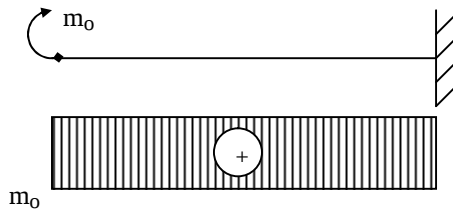
- Đoạn CB, tải mặt cắt 2 – 2 (xét phần phải)

$$\left. \begin{aligned} M_x &= R_B \cdot z_2 \text{ với } 0 \leq z_2 \leq b \\ z_2 = 0 &\Rightarrow M_x = 0 \\ z_2 = b &\Rightarrow M_x = \frac{Pab}{l} \end{aligned} \right\}$$

II. Dạng chịu uốn trong thanh thuôn tapers

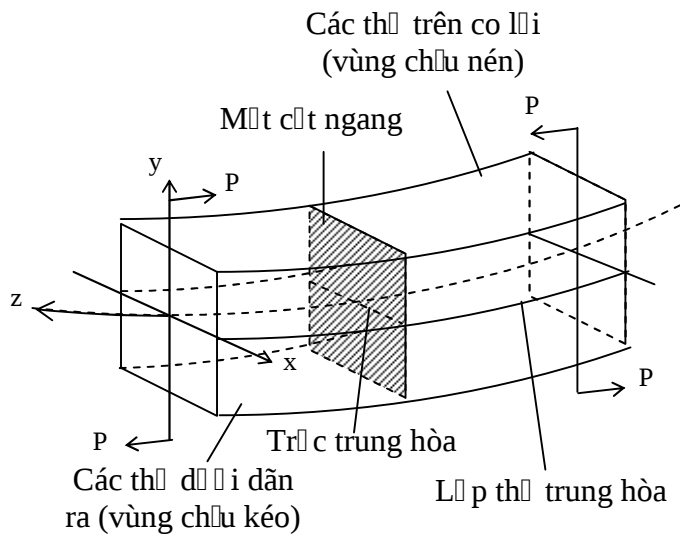
1. Định nghĩa

Mô men xoắn là uốn thuần túy phẳng khi trên mặt cắt ngang của dầm chỉ có một thành phần nội lực là mômen uốn nằm trong mặt phẳng tải trọng.



2. Ứng suất pháp trên mặt cắt

Xét dầm có mômen uốn tác động ở hai đầu, ta thấy:



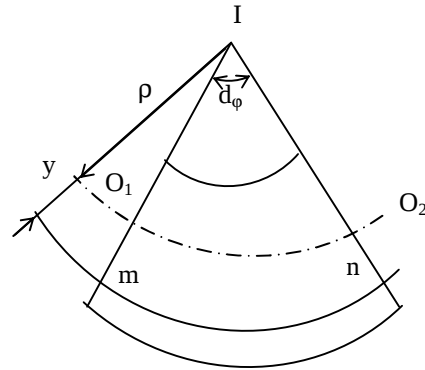
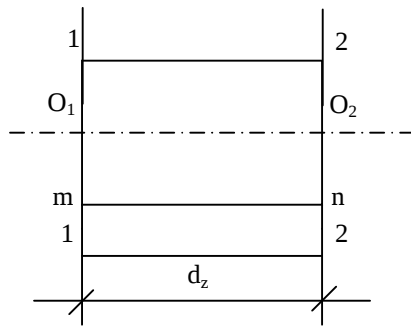
Khi dầm biến dạng, các thớ trên co lại, các thớ dưới dãn ra. Có một lớp thớ không bị co cũng không bị dãn gọi là lớp thớ trung hòa. Giao tuyến của lớp thớ trung hòa với mặt cắt ngang được gọi là trục trung hòa, trục trung hòa được coi là trục ứng như thuyết biến dạng nhớt.

Kết luận: Trên mặt cắt ngang của dầm chịu uốn chỉ có ứng suất pháp σ .

Theo định luật Hooke, giữa ứng suất pháp σ và biến dạng dọc tỉ lệ ứng biến ϵ có liên hệ như sau:

$$\sigma = E\epsilon \quad (*)$$

Nếu biết độ biến dạng, chúng ta sẽ dàng tìm được số phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang.



Muốn vậy ta xét một đoạn d_m dọc trục cắt bởi hai mặt cắt 1 – 1, 2 – 2. Sau khi biến dạng, hai mặt cắt này tạo với nhau một góc $d\varphi$. Gọi ρ là bán kính cong của trục trung hòa O_1O_2 .

Vì trục trung hòa không biến dạng nên:

$$\widehat{O_1O_2} = d_z \Rightarrow O_1O_2 = \rho.d\varphi$$

Xét biến dạng của thanh mn cách trục trung hòa một khoảng cách y. Chiều dài của thanh này trước khi biến dạng là $mn = d_z = \rho d\varphi$

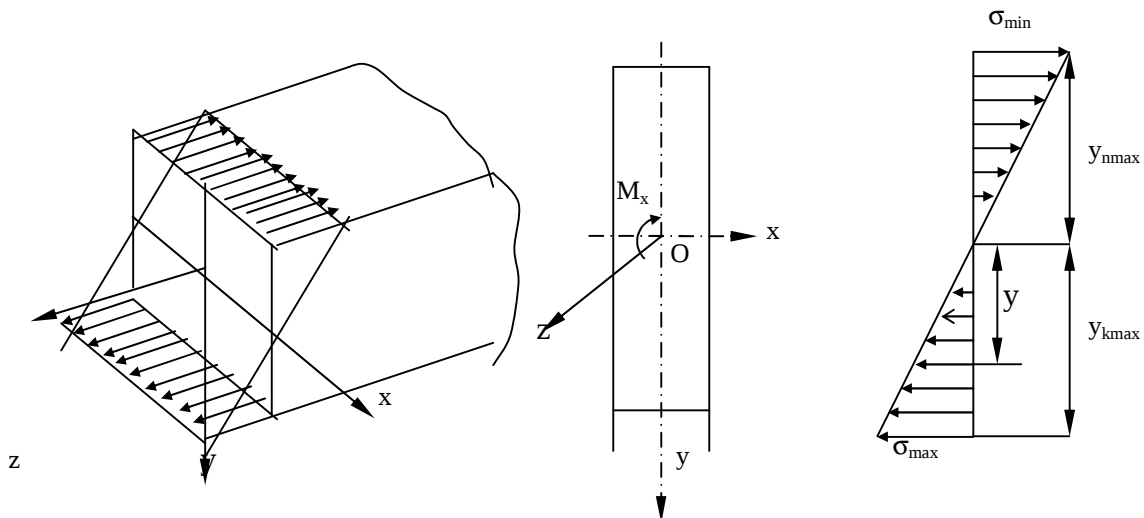
Và sau khi biến dạng $mn = (\rho + y) d\varphi$

Biến dạng dọc trục gọi là biến dạng

$$\varepsilon = \frac{(\rho + y)d\varphi - \rho d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho}$$

Thay ε vào (*) $\sigma = E \frac{y}{\rho}$ (**)

Tại một mặt cắt ngang bán kính ρ có trục xác định, E là hằng số. Vậy quy luật phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang là phẳng



Giao tuyến của mặt phẳng ứng suất với mặt cắt chính là trục trung hòa. Rõ ràng ứng suất pháp trên các điểm ứng song song với trục trung hòa có trị số như nhau. Do đó ta có thể vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp đơn giản như trên.

Qua biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang, ta thấy:

- Trên mặt cắt ngang chia làm hai miền: miền chịu kéo và miền chịu nén
- Các điểm có trị số ứng suất pháp lớn nhất là các điểm xa trục trung hòa nhất.

3. Biểu thức liên hệ giữa ứng suất pháp và thành phần mômen uốn nội lực

Xét mặt cắt ngang có mômen uốn M_x , ta có:

$$M_x = \int_F \sigma \cdot dF = \frac{E}{\rho} \int_F y \cdot dF$$

Giả sử $J_x = \int_F y^2 \cdot dF$ là mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hòa.

$$\text{Vậy: } M_x = \frac{E}{\rho} J_x \quad \text{hay} \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{E \cdot J_x}$$

So sánh với (**) ta suy ra công thức ứng suất pháp trên mặt cắt ngang như sau:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y$$

$$\text{Nếu } y \rightarrow y_{\max} \Rightarrow \sigma_{\min} = -\frac{M_x}{J_x} y_{\max} = -\frac{M_x}{W_x^n}$$

$$y \rightarrow y_{\max} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{M_x}{J_x} y_{\max} = \frac{M_x}{W_x^k}$$

(1) Đối với mặt cắt ngang có trục trung hòa cũng là trục đối xứng: mặt cắt hình chữ nhật, hình tròn, chữ I v.v... thì $y_{\max} = y_{\min}$

$$\Rightarrow W_x^k = W_x^n$$

Do đó, ứng suất kéo và nén lớn nhất là: $\sigma_{\max/\min} = \pm \frac{M_x}{W_x}$

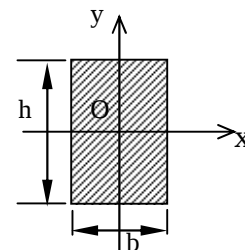
W_x : Mômen chống uốn của mặt cắt ngang (là mặt đối xứng hình học của mặt cắt), đơn vị: m^3

Khi W_x càng lớn $\rightarrow$ ứng suất phát sinh trên dầm càng nhỏ $\rightarrow$ khả năng chống uốn của dầm càng lớn.

+ Mặt cắt hình tròn $W_x = 0,1d^3$

+ Mặt cắt hình tròn rỗng $W_x = 0,1 D^3 (1 - \alpha^4)$

Với $\alpha = \frac{d}{D}$



$$+ \text{Mặt cắt hình chữ nhật } W_x = \frac{bh^2}{6} \text{ hoặc } W_y = \frac{b^2h}{6}$$

$$+ \text{Mặt cắt vuông } W_x = \frac{a^3}{6}$$

(2) Đối với các mặt cắt ngang không đối xứng thì $y_{kmax} \neq y_{nmax} \Rightarrow W_x^k = W_x^n$

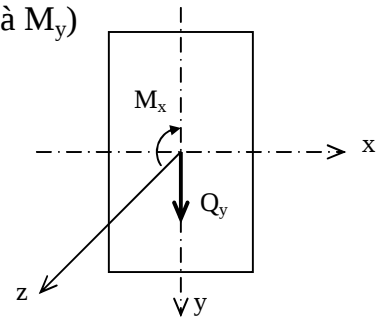
$$\text{Do đó } \sigma_{max} = \frac{M_x}{W_k} \text{ với } W_k = \frac{J_x}{y_{kmax}}$$

$$\sigma_{min} = -\frac{M_x}{W_n} \text{ với } W_n = \frac{J_x}{y_{nmax}}$$

III. Dạng chịu uốn ngang phẳng

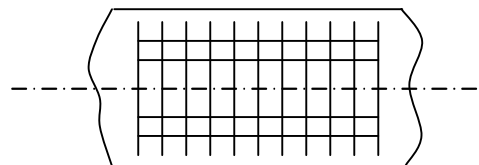
1. Định nghĩa

Mặt dẹt gọi là uốn ngang phẳng khi trên mặt cắt ngang của nó có hai thành phần nội lực là lực cắt Q_y và mômen uốn M_x (hoặc Q_x và M_y)

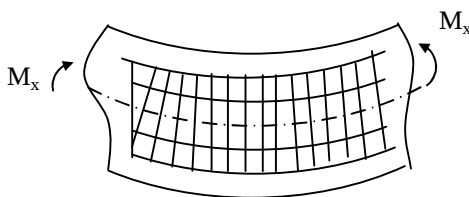


2. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

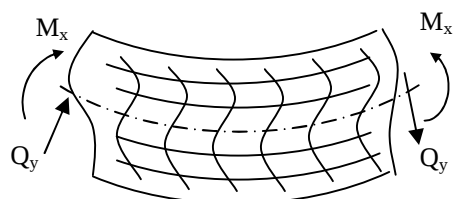
Khi bị uốn ngang trên mặt cắt ngang của thanh không nhất thiết có ứng suất pháp do mômen uốn mà còn có ứng suất tiếp do lực cắt gây ra. Nếu tách ra từ điểm A trên mặt cắt ngang của thanh một phần tử hình hộp tam giác (có các mặt song song với mặt tam giác) ta sẽ thấy phần tử đó biến dạng trượt, các góc vuông của nó không còn vuông nữa. Hiện tượng này cùng với hiện tượng trượt bị uốn cong, làm cho các mặt cắt ngang ban đầu (trước khi chịu tải) không còn phẳng nữa sau khi bị uốn ngang.



Ban đầu
(trước khi biến dạng)



Sau biến dạng
uốn thuần túy



Sau biến dạng
uốn ngang

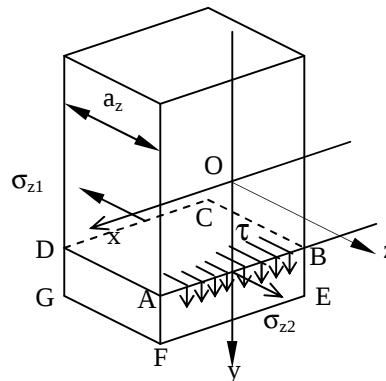
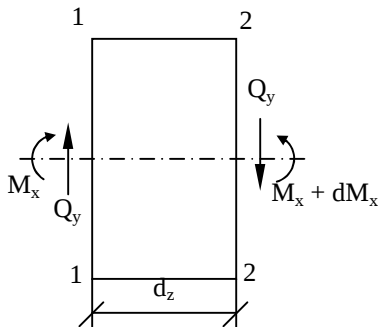
Mức dù vậy theo nhúng kết quả nghiên cứu sâu hơn của các học vật rắn biến dạng, công thức xác định ứng suất pháp trên mặt cắt ngang là: $\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} \cdot y$ và đúng đối với trục nhúng hợp trục đối xứng của thanh là hình nhúng nhúng hợp và biểu thức mômen uốn có dạng bậc nhúng. Trong các trục nhúng hợp khác công thức đó và dùng để tính sai số không lớn.

Như vậy, chỉ còn phải tìm công thức tính ứng suất tiếp do lực cắt Q_y gây nên.

3. Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang

Để cho dễ nhìn mặt cắt ngang của thanh là mặt đối xứng nhúng hợp (nghĩa là chiều rộng biến hình chiều cao h và biểu thức mômen uốn có dạng bậc nhúng).

Tách khối thành mặt đối xứng vô cùng bé bằng hai mặt cắt 1-1 và 2-2 cách nhau một khoảng d_z , sau đó bằng mặt cắt ABCD song song và cách mặt phẳng Oxz một khoảng y chia khối thành này thành hai phần và xét phần không chứa gốc O (ABCDEFGH)



Gọi σ_{z1} và σ_{z2} là ứng suất pháp trên các mặt cắt 1-1 và 2-2, $AB = b(y)$ và F_y là diện tích của mặt cắt ABEF. Ta có :

$$\sigma_{z1} = \frac{M_x}{J_x} \cdot y \quad \sigma_{z2} = \frac{M_x + dM_x}{J_x} \cdot y$$

Lực dọc trên các mặt F của phần thanh đang xét

$$N_{z1} = \int_{F_y} \sigma_{z1} \cdot dF = \frac{M_x}{J_x} \int_{F_y} y dF$$

$$N_{z2} = \int_{F_y} \sigma_{z2} \cdot dF = \frac{M_x + dM_x}{J_x} \int_{F_y} y dF$$

Vì $dM_x \neq 0$ nên $N_{z1} \neq N_{z2}$ do đó trên mặt cắt ABCD phải có nội lực T để thỏa mãn điều kiện cân bằng.

$$\sum Z = 0 \text{ nghĩa là } N_{z2} - N_{z1} = T$$

Như vậy trên mặt cắt ABCD phải có ứng suất tiếp τ_{yz} .

Vì mặt cắt là đối xứng nhúng hợp, có thể giả sử ứng suất tiếp τ_{yz} phân bố đều theo bề rộng của mặt cắt. Ta có:

$$T = \tau_{yz} \cdot b(y) d_z$$

$$\Rightarrow \frac{M_x + dM_x}{J_x} \int_{F_y} y dF - \frac{M_x}{J_x} \int_{F_y} y dF = \tau_{yz} b(y) d_z$$

$$\text{hay } \frac{dM_x}{J_x} \int_{F_y} y dF = \tau_{yz} b(y) d_z$$

$$\Rightarrow \tau_{yz} = \frac{dM_x}{d_z} \cdot \frac{1}{b(y) J_x} \int_{F_y} y dF$$

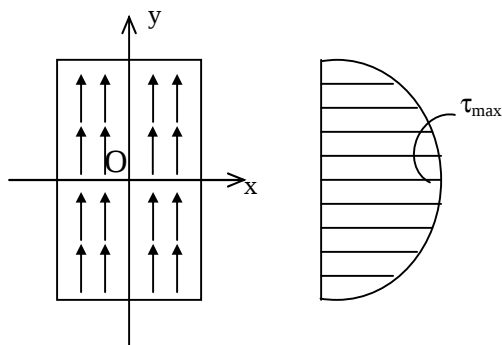
$$\text{Mà } \frac{dM_x}{d_z} = Q_y \quad \int_{F_y} y dF = S_x(y)$$

$S_x(y)$ là mômen diện tích cặp mặt (mômen tĩnh) của diện tích F_y đối với trục trung hòa x. Vậy cuối cùng ta có biểu thức:

$$\tau_{yz} = \frac{Q_y S_x(y)}{J_x b(y)}$$

Công thức này được gọi là công thức Jurovsky

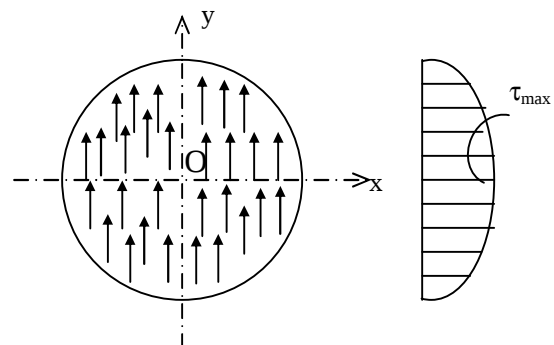
ứng suất tiếp τ_{yz} cùng chiều với lực cắt Q_y



ứng suất tiếp phân bố trên mặt cắt ngang hình chữ nhật

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{F}$$

Q : giá trị tuyệt đối của lực cắt (N)



ứng suất tiếp phân bố trên mặt cắt ngang hình tròn

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{F}$$

F : diện tích mặt cắt ngang (m^2)

4. Điều kiện bền đối với dầm chịu uốn ngang phẳng

Đối với dầm chịu uốn ngang phẳng, trên mặt cắt ngang có cả ứng suất pháp và ứng suất tiếp. Nhưng thường thì ảnh hưởng của ứng suất tiếp không đáng kể nên có thể bỏ qua.

*** Điều kiện bền**

a. Điều kiện bền dẻo

$[\sigma_k] = [\sigma_n] = [\sigma]$ nên trong hai trường hợp $\sigma_{\max}$ và $\sigma_{\min}$ ta chỉ cần chọn ứng suất nào có giá trị tuyệt đối lớn nhất để so sánh với $[\sigma]$

$$\text{Ta có: } \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

b. Điều kiện bền dòn: có $[\sigma_k]$ khác $[\sigma_n]$ nên:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x^k} \leq [\sigma_k]$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{\max}}{W_x^n} \leq [\sigma_n]$$

Trường hợp hình mặt cắt đối xứng với trục trung hòa, chữ nhật, tròn, vuông v.v... thì $\sigma_{\max} = |\sigma_{\min}|$ và vì $[\sigma_k] < [\sigma_n]$ nên điều kiện bền là:

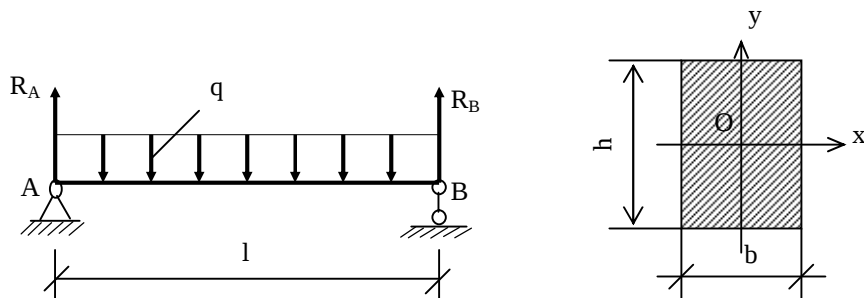
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma_k]$$

*** Các bài toán cần biết**

- Bài toán kiểm tra bền
- Bài toán chọn mặt cắt ngang
- Bài toán tính tải trọng cho phép

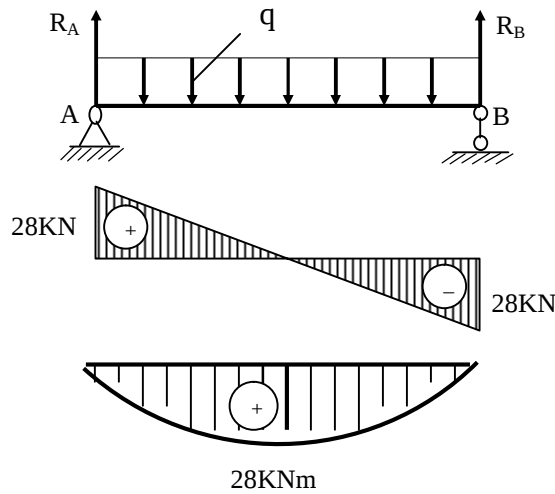
Chú ý: Trong mặt cắt ít trường hợp, tải mặt cắt ngang có lực cắt Q_y lớn so với mômen uốn M_x (dầm ngắn hay gối) thì ngoài việc tính để bền theo ứng suất pháp, ta phải kiểm tra bền theo ứng suất tiếp $\tau_{\max} \leq [\tau]$.

*** Ví dụ**



Mặt dầm bằng gỗ chịu tải trọng phân bố đều $q = 14 \text{ kN/m}$. Dầm có chiều dài $l = 4 \text{ m}$ mặt cắt ngang dầm hình chữ nhật với $h = 27 \text{ cm}$, $b = 17 \text{ cm}$, ứng suất cho phép của gỗ là $[\sigma] = 10 \text{ MN/m}^2$, $[\tau] = 2 \text{ MN/m}^2$. Hãy kiểm tra để bền của dầm.

Giải



* Tính nội lực và vẽ biểu đồ nội lực

$$R_A = R_B = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{14.4}{2} = 28 \text{ kN}$$

Hợp lực của q là $Q = ql$

- Mômen cắt có mômen uốn lớn nhất là giá trị

$$M_{\max} = R_A \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = 28 \text{ kNm}$$

- Còn vẽ đồ thị đồ thị thì mômen cắt tại các gối đỡ là mômen nguy hiểm

$$Q_{\max} = R_A = R_B = 28 \text{ kN}$$

$$Q_{\min} = R_A - q \cdot \frac{l}{2} = 0 \text{ (giá trị)}$$

(Tổng quát vẽ đồ thị uốn giá trị tại đầu do trên hai gối đỡ chịu tải trọng phân bố đều toàn phần ta luôn có $Q_{\max} = \frac{ql}{2}$ và $M_{\max} = \frac{ql^2}{4}$)

- Mômen chống uốn của mặt cắt ngang của dầm

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{17.27^2}{6} = 2,07.10^3 \text{ cm}^3 = 2,07.10^{-3} \text{ m}^3$$

- Diện tích mặt cắt ngang của dầm

$$F = 27.17 = 459 \text{ cm}^2 = 459.10^{-4} \text{ m}^2$$

* Kiểm tra bền theo ứng suất pháp

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{28.10^3}{2,07.10^{-3}} = 13,5.10^6 \text{ N/m}^2 > [\sigma] = 10.10^6 \text{ N/m}^2$$

* Kiểm tra bền theo ứng suất tiếp

$$\tau_{\max} = 1,5 \frac{Q_{\max}}{F} = 1,5 \cdot \frac{28.10^3}{459.10^{-4}} = 0,915.10^6 \text{ N/m}^2$$

Kết luận: Dầm không đảm bảo độ bền

Bài 11. THANH CHỤU LỰC PHÂN CẠT

I. Thanh chịu uốn xiên

1. Định nghĩa

Cũng như uốn ngang phẳng, ta chỉ xét những thanh thẳng, mặt cắt ngang có hai trục đối xứng vuông góc (mặt cắt ngang hình chữ nhật). Khi thanh chịu tải trọng vuông góc với trục thanh nhưng không nằm trong mặt phẳng đối xứng của thanh thì thanh bị uốn xiên.

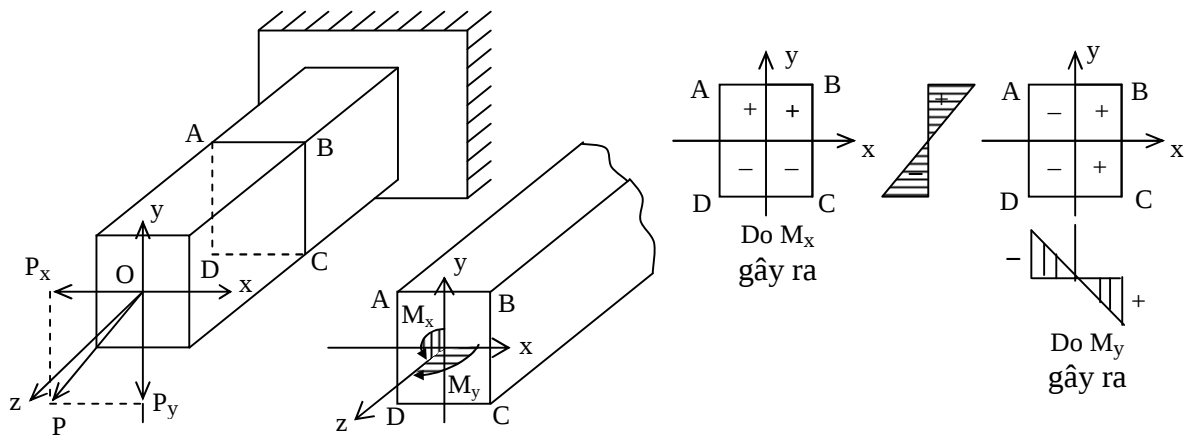
Ví dụ: các khung dầm cầu, nhà v.v. . .

Xét thanh chịu uốn như hình vẽ

Nếu lực P phân thành P_x và P_y thì

+ P_x gây ra mômen uốn M_y : uốn quanh trục y

+ P_y gây ra mômen uốn M_x : uốn quanh trục x



Như vậy: Trong thanh bị uốn xiên thì mỗi mặt cắt ngang thanh, đều có hai mômen uốn M_x và M_y nằm trong mặt phẳng đối xứng của thanh (bị qua trục cắt).

2. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Gọi σ' là ứng suất do M_x gây ra, ta có: $\sigma'_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$

σ'' là ứng suất do M_y gây ra, ta có: $\sigma''_{\max} = \frac{M_y}{W_y}$

M_x và M_y : trục tĩnh tải đối với các trục của mômen uốn thì mặt cắt đang xét

W_x và W_y : mô men chống uốn của mặt cắt đối với trục x và trục y

Nếu đồng thời tác động cả hai mômen uốn M_x và M_y thì theo nguyên lý cộng tác động.

$$\sigma_{\max} = \sigma'_{\max} + \sigma''_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$$

(vì σ' và σ'' đều là ứng suất pháp và cùng vuông góc với mặt cắt)

Ta nhận thấy, nếu mặt cắt ngang là hình chữ nhật, chữ I v.v... thì ứng suất phát sinh lên nhót là tại hai trong bốn điểm góc (điểm B, D). Vì chúng đều lên nên ứng suất tại ng h p có trọng tâm đi lên nhót so với mặt điểm khác trên mặt cắt.

3. Điều kiện bền

Nếu thanh làm bằng vật liệu dẻo có $[\sigma_k] = [\sigma_n] = \sigma$ thì điều kiện bền là:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma]$$

Trường M_x và M_y phải chọn tại mặt cắt ngang nguy hiểm, với thanh có mặt cắt ngang không đi thì mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt có M_x và M_y đều lên.

Nếu thanh làm bằng vật liệu giòn.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma_k]$$

Từ điều kiện bền ta suy ra ba bài toán cơ bản

- Bài toán kiểm tra bền

- Bài toán tìm tải trọng cho phép: Gọi $[P_i]$ tải trọng suy rộng cho phép (tải trọng tập trung, tải trọng phân bố, mômen tập trung hay mômen phân bố) thì tại mặt cắt nguy hiểm, ta có: $M_x = k_1 [P_i]$, $M_y = k_2 [P_i]$

k_1, k_2 là các hằng số. Từ điều kiện bền ta suy ra:

$$\frac{k_1 [P_i]}{W_x} + \frac{k_2 [P_i]}{W_y} \leq [\sigma]$$

$$\text{hay } [P_i] \leq \frac{[\sigma]}{\frac{k_1}{W_x} + \frac{k_2}{W_y}}$$

- Chọn kích thước mặt cắt ngang, ta phải chọn trọng tâm tại: $\frac{W_x}{W_y} = C$

$$\Rightarrow W_x = \frac{M_x + C \cdot M_y}{[\sigma]}$$

+ Đối với hình chữ nhật có chiều cao h và bề rộng b thì $c = h/b$

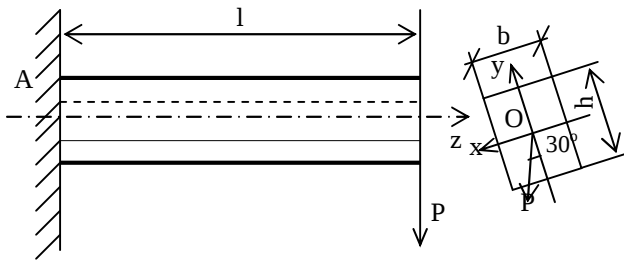
+ Đối với mặt cắt hình chữ I thì có thể lấy $c = 8$

+ Đối với mặt cắt hình chữ U thì có thể lấy $c = 6$

Chú ý: Với thanh có mặt cắt ngang tròn thì không có uốn xiên vì mặt phẳng nào chia trục thanh cũng là trục x.

* Ví dụ: Mặt dầm chịu tải $P = 12\text{KN}$ hợp với trục y một góc 30° (hình vẽ). Dầm có chiều dài $l = 1\text{m}$, mặt cắt ngang dầm hình chữ nhật có các cạnh $h = 12\text{cm}$, $b = 7,2\text{cm}$ biết $[\sigma] = 120\text{MN/m}^2$. Hãy kiểm tra bền cho dầm.

Giải



Đây là dầm chụ u n xiên.

Phân l i c P làm hai thành ph n, ta có:

$$P_x = P \sin \alpha = 12.0,5 = 6\text{KN}$$

$$P_y = P \cos \alpha = 12.0,866 = 10,4 \text{ KN}$$

Theo k t c u, mômen u n l n nh t là t i m t c t ng m A.

$$M_{xA} = P_y \cdot l = 10,4.1 = 10,4 \text{ KNm}$$

$$M_{yA} = P_x \cdot l = 6.1 = 6 \text{ KNm}$$

Mômen ch ng u n c a m t c t ngang hình ch nh t:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{7,2.10^{-2}(12.10^{-2})^2}{6} = 17,28.10^{-3} \text{ m}^3$$

$$W_y = \frac{b^2h}{6} = \frac{(7,2.10^{-2})^2 12.10^{-2}}{6} = 10,368.10^{-3} \text{ m}^3$$

D m b ng v t li u d o nên ng su t l n nh t t i m t c t ng m

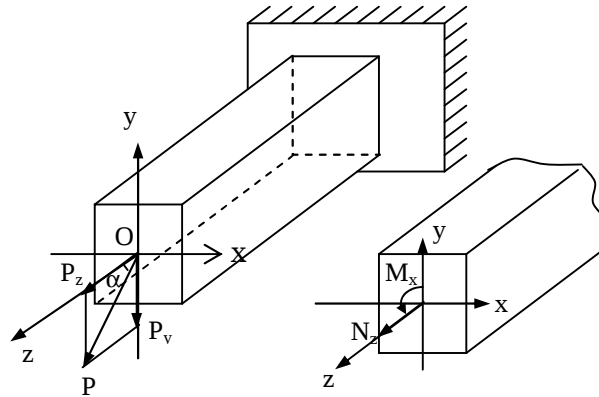
$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{10,4.10^3}{17,28.10^{-3}} + \frac{6.10^3}{10,368.10^{-3}} \\ &= 118,5.10^6 \text{ N/m}^2 < [\sigma] = 120.10^6 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

K t lu n: D m đ m b o đ b n.

II. Uốn – kéo (nén) đồng thời – kéo (nén) lệch tâm

1. Uốn – kéo (nén) đồng thời

a. Định nghĩa



Xét trường hợp hai tải trọng cùng tác dụng vào thanh một lần cùng với một phản ứng đỡ ở đầu gối của thanh và nghiêng với trục thanh một góc α . Lực P được phân thành hai thành phần:

$P_y = P \sin \alpha$: tác dụng vuông góc với trục thanh làm thanh biến dạng uốn cong

$P_z = P \cos \alpha$: tác dụng dọc theo trục thanh làm thanh biến dạng kéo (nén) đúng tâm

$\Rightarrow$ Khi thanh chịu tác dụng đồng thời của hai loại tải: tải gây ra uốn cong và tải gây ra kéo (nén) đúng tâm, ta nói thanh chịu uốn đồng thời kéo (nén)

Như vậy, trong thanh chịu uốn đồng thời kéo (nén) thì mặt cắt ngang của thanh, nội lực gồm moment dọc N_z và moment uốn M_x .

b. Ứng suất trên mặt cắt ngang

Ứng suất do tải dọc gây ra:

$$\sigma' = \pm \frac{N_z}{F}$$

Ứng suất do mômen uốn gây ra thì mặt điếm bất kỳ:

$$\sigma'' = \pm \frac{M_x}{J_x} \cdot y$$

$$\text{Ta có: } \sigma = \sigma' + \sigma'' = \pm \frac{N_z}{F} \pm \frac{M_x}{J_x} \cdot y$$

$$\text{Như vậy: + Khi uốn kéo } \sigma_{\max/\min} = \frac{N_z}{F} \pm \frac{M_x}{W_x}$$

$$+ \text{ Khi uốn - nén } \sigma_{\max/\min} = -\frac{N_z}{F} \pm \frac{M_x}{W_x}$$

c. Điều kiện bền

1. Thanh chịu uốn – kéo đng th i v i c v t li u d o và dòn luôn có $[\sigma_k] \leq [\sigma_n]$

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma_k]$$

2. Thanh chịu uốn – nén đng th i

+ V i v t li u d o có $[\sigma_k] = [\sigma_n] = \sigma$

$$|\sigma_{\max}| = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]$$

+ V i v t li u dòn có $[\sigma_k] < [\sigma_n]$

$$\sigma_{\max} = -\frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma_k]$$

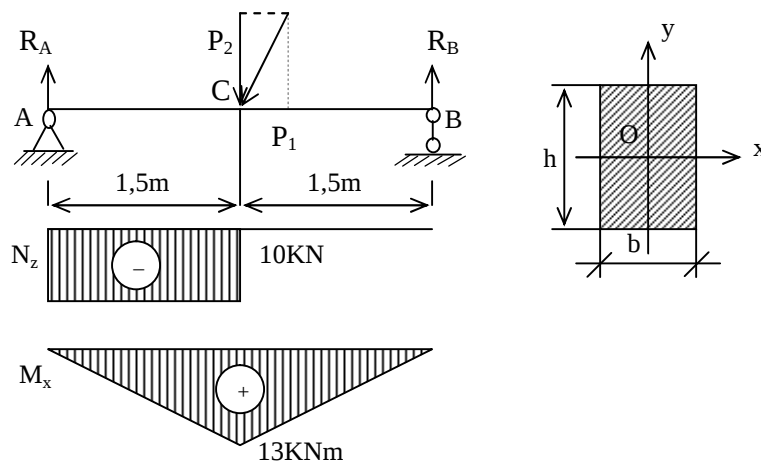
$$|\sigma_{\min}| = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma_n]$$

N_z và M_x là giá trị tuyệt đối của nội lực cắt nguy hiểm. Đối với thanh có mặt cắt ngang không đổi, mặt cắt nguy hiểm là mặt cắt ngang có N_z và M_x đều cùng lớn.

Từ điều kiện bền, ta có ba bài toán cần bền khi tính toán với thanh chịu uốn, đng th i kéo (nén). Riêng bài toán với chấn kích thước mặt cắt ngang, vì có cả F và W_x đều chứa biến, do đó phải giải bằng phương pháp đúng đắn.

* Ví dụ

Thanh thép AB chịu lực $P = 20\text{KN}$ như hình vẽ. Mặt cắt ngang của thanh hình chữ nhật có tỉ số giữa chiều dài và chiều rộng $\frac{h}{b} = 2,5$, $[\sigma] = 150 \text{ MN/m}^2$. Tính kích thước mặt cắt ngang?



- Phân tích P làm hai thành phần

$$P_1 = P \cos 60^\circ = 20.0,5 = 10 \text{ KN gây nén dọc trục AC}$$

$$P_2 = P \sin 60^\circ = 20.0,866 = 17,32 \text{ KN gây uốn thanh}$$

- Biểu đồ nội lực trục Nz và M_x như hình vẽ

- Mômen cắt ngang tại C là nguy hiểm nhất vì có N_z và M_x đều lớn nhất

$$N_{z\max} = 10 \text{ KN}$$

$$M_{x\max} = \frac{P}{2} \cdot AC = \frac{17,32}{2} \cdot 1,5 = 13 \text{ KNm}$$

- Thanh bằng vật liệu dẹt, chịu uốn nén do đó dùng điều kiện bền để tính

+ Trường hợp tiết diện qua trục hình chữ nhật, tính mômen chịu uốn W_x của mặt cắt ngang

$$W_x \geq \frac{M_x}{[\sigma]} = \frac{13.10^3}{150.10^6} = 86,66.10^{-6} \text{ m}^3$$

$$+ \text{Mômen cắt ngang là hình chữ nhật có } w_x = \frac{bh^2}{6}$$

$$\Rightarrow W_x = \frac{b(2,5b)^2}{6} = 1,04 b^3$$

$$+ \text{Ta có: } 1,04 b^3 \geq 86,66.10^{-6}$$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{86,66.10^{-6}}{1,04}} = 0,0435 \text{ m}$$

$$+ \text{Chọn } b = 0,05 \text{ (chọn lớn hơn)}$$

$$\Rightarrow h = 2,5 b = 2,5 \cdot 0,05 = 0,125 \text{ m}$$

- Kiểm tra độ bền uốn nén và mômen cắt trục a chọn

$$|\sigma_{\min}| = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} = \frac{10.10^3}{0,05.0,125} + \frac{13.10^3}{\frac{0,05.(0,125)^2}{6}}$$

$$|\sigma_{\min}| = 101,5.10^6 \text{ N/m}^2 < [\sigma] = 150.10^6 \text{ N/m}^2$$

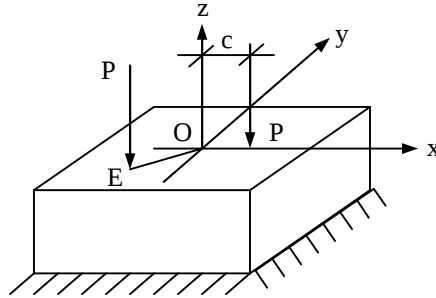
- Thanh dẹt bằng thép

- Vẽ chọn kích thước $b = 0,05 \text{ m}$; $h = 0,125 \text{ m}$

2. Kéo (nén) lệch tâm

a. Định nghĩa

Thanh chịu lực tác động có phương song song với trục thanh nhưng không trùng với trục thanh thì thanh đó chịu kéo (nén) lệch tâm.



b. Nguyên nhân

- Trường hợp lực P nằm trong mặt phẳng đi ngang của thanh: khi đi lệch tâm O , ta được thanh chịu nén lệch tâm uốn phẳng.

+ Moment P đi qua O gây nén đúng tâm có $N_z = P$

+ Moment ngang P có mômen $M_y = P \cdot c$ gây uốn phẳng

- Trường hợp lực P không nằm trên các trục đi ngang của mặt cắt thanh: khi đi lệch tâm O , ta có: thanh chịu nén lệch tâm uốn xiên.

+ Moment P đi qua O gây nén đúng tâm có $N_z = P$

+ Moment ngang P có mômen M_x gây uốn xiên $M_x = P \cdot OE$

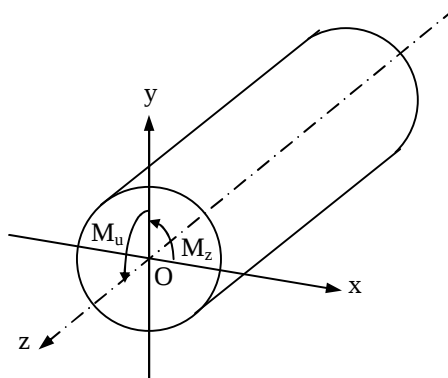
* Kết luận: Kéo (nén) lệch tâm là trường hợp lực đi lệch tâm của uốn phẳng lệch tâm kéo (nén)

⇒ Điều kiện biên và ba bài toán cơ bản: trường hợp uốn phẳng lệch tâm kéo (nén).

III. Uốn – xoắn lệch tâm

1. Định nghĩa

Mặt thanh gọi là uốn – xoắn lệch tâm khi trên mặt cắt ngang của thanh có hai thành phần nội lực là mômen xoắn và mômen uốn (khi kết dính nhúng của các lực cắt Q do uốn thì có thêm thành phần lực cắt)



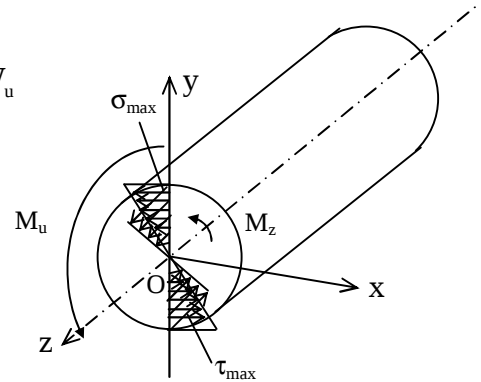
Ví dụ: Trục của bộ truyền bánh răng, bánh đai. Ở đây ta chỉ xét các thanh có mặt cắt ngang tròn.

2. Nguyên nhân trên mặt cắt ngang

a. Ứng suất pháp: do mômen uốn M_u gây ra có phân bố song song với trục z và có giá trị lớn nhất là $\sigma_{\max} = \frac{M_u}{W_u}$ trong đó $W_u = W_x = W_y = 0,1d^3$

b. Ứng suất tiếp: do mômen xoắn M_z gây ra nằm trong mặt cắt vuông góc với trục thanh

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_o} \text{ trong đó } W_o = 0,2d^3 = 2W_u$$



* Như vậy: tại mỗi điểm bất kỳ trên mặt cắt của thanh vừa chịu uốn và xoắn sẽ phát sinh đồng thời hai ứng suất pháp và tiếp (bên qua ứng suất tiếp do lực cắt $\vec{Q}_y$ gây ra khi uốn). Theo thuyết biến dạng ứng suất tiếp lớn nhất

$$\sigma_{\text{tổng đồng}} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 4\tau_{\max}^2}$$

(vì σ và τ vuông góc với nhau)

3. Điều kiện bền

$$\sigma_{td} \leq \frac{M_{td}}{W_x} \leq [\sigma]$$

M_{td} : mômen tổng hợp đồng

$$M_{td} = \sqrt{M_u^2 + \vec{M}_z}$$

M_u : mômen uốn nội lực (Nm)

M_z : mômen xoắn nội lực (Nm)

W_x : mômen chống uốn (m^3)

Từ điều kiện bền ta cũng có ba bài toán cơ bản về uốn - xoắn đồng thời.